Tema 1: Los dipolos.
(Formación de circuitos eléctricos)

1.1- Definición de dipolo. Característica i-u.

1.2.- Dipolos equivalentes

1.3.- Asociación de un dipolo activo y uno pasivo.

1.4.- Nociones de circuitos eléctricos

1.5.- Condiciones impuestas a las uniones de dipolos: Lemas de Kirchhoff.

1.6.- Elementos activos y pasivos.

1.6.1 Elementos pasivos

1.6.1.1.- Elementos pasivos ideales: Resistencia ideal, Bobina ideal, Condensador ideal.

1.6.1..2.- Elementos pasivos reales: Resistencia, Inductancia, Capacidad.

1.6.2.- Elementos activos: Fuente de Tensión Ideal, Fuente Real de Tensión, Fuente de Intensidad Ideal, Fuente Real de Intensidad

TEMA 1

LOS DIPOLOS.
FORMACIÓN DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS

1.1. DEFINICIÓN DE DIPOLO ELÉCTRICO. CARACTERÍSTICA I-U.

Se llama dipolo eléctrico a todo elemento, grupo de elementos o circuito que presente dos terminales accesibles A y B, siendo estos los "bornes" del dipolo.

Los dipolos los dividiremos en dos grupos: Los que consumen energía, que los llamaremos **dipolos pasivos** o receptores y los que suministran energía o **dipolos activos** (o generadores).

Los bornes del dipolo, denominados A y B, al pertenecer a un circuito eléctrico, tendrán un potencial con respecto a uno de referencia. La diferencia de potencial entre el punto A y el B, $u_{AB} = v_A - v_B$, es positiva (+) si el potencial de A es superior al potencial de B, $v_A > v_B$ ($u = u_{AB}$).

Si elegimos el sentido positivo de la intensidad aquel que va de A hacia B, i_{AB} es positiva (+), si el dipolo es recorrido por la corriente desde A hasta B. ($i = i_{AB}$).

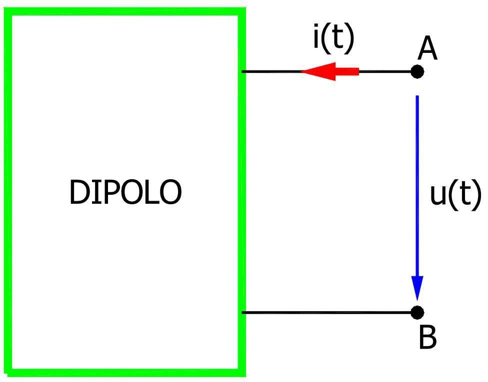


Fig: representación esquemática de un Dipolo

La potencia eléctrica absorbida o suministrada por un dipolo en un instante determinado es:

$$p(t) = i(t) \cdot u(t)$$

por lo tanto el "**dipolo es pasivo**" , o sea, se comporta como receptor, si la potencia eléctrica es mayor de cero (absorbe energía). Para que $p(t) > 0$ debe ocurrir que:

$$i(t) > 0 \text{ y } u(t) > 0 \qquad \text{o} \qquad i(t) < 0 \text{ y } u(t) < 0$$

El "**dipolo es activo**" si la potencia eléctrica es menor de cero (suministra energía, fuente de energía). Para que $p(t) < 0$ debe ocurrir que:

$$i(t) > 0 \text{ y } u(t) < 0$$

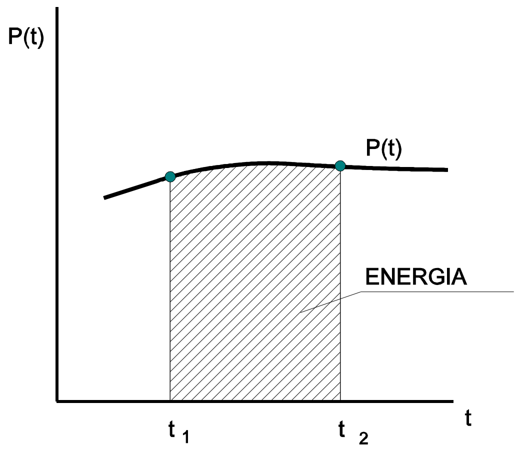
$$\text{o} \quad i(t) < 0 \text{ y } u(t) > 0$$

La energía absorbida o entregada por un dipolo entre dos instantes tendrá por expresión:

$$w_{t1}^{t2} = \int_{t_1}^{t_2} p(t) \cdot dt$$

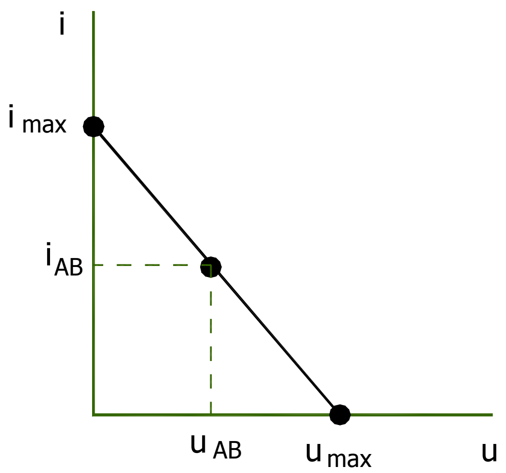
si t_1=0 entonces

$$w_0^{t2} = w(t) = \int_0^{t_2} p(t) \cdot dt$$

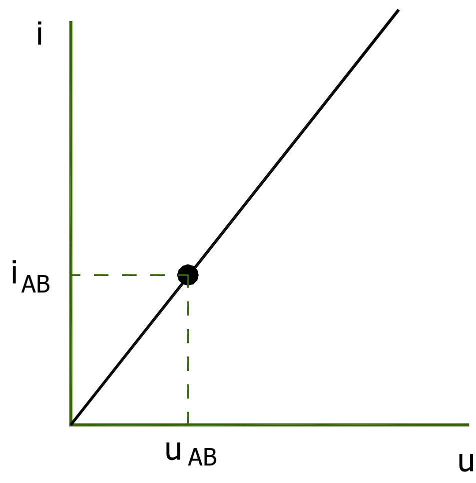


Característica intensidad-tensión

Se llama *característica i-u* a la representación gráfica de la intensidad frente a la tensión. Esta curva se puede determinar experimentalmente mediante un voltímetro colocado en paralelo con los bornes A y B del dipolo y un amperímetro en serie.



Característica i-u típica de un dipolo activo



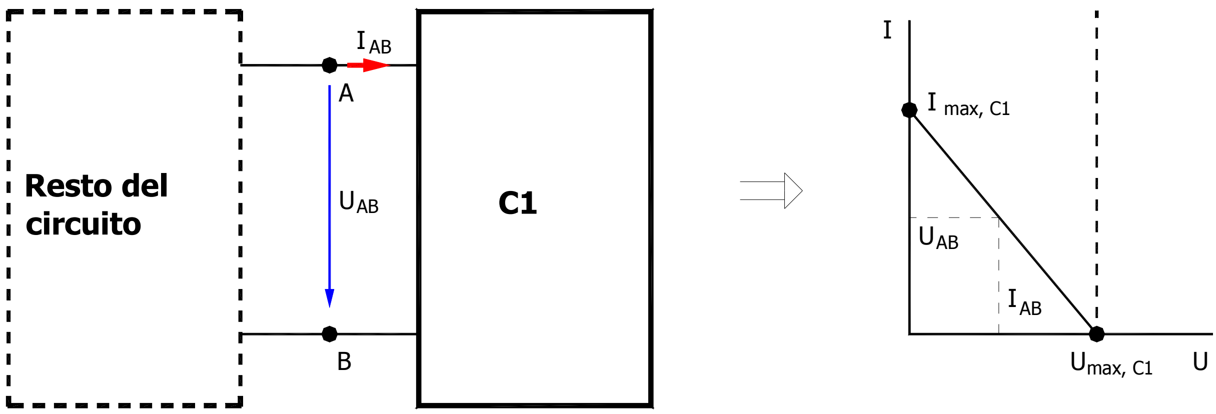
Característica i-u típica de un dipolo pasivo

Analíticamente, se puede obtener la ecuación que nos relaciona i-u ($i = f(u)$ o $u = f(i)$) y a esta ecuación la llamaremos "**Ecuación Característica i-u**", la cual es única para el dipolo.

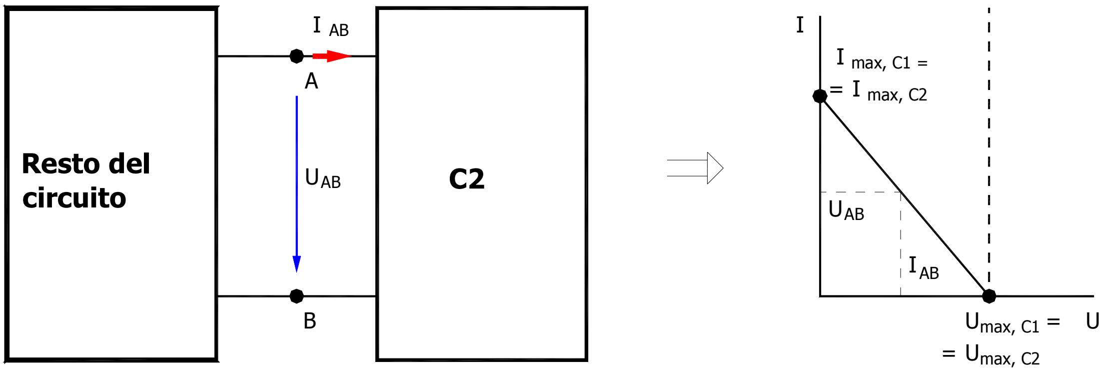
1.2. DIPOLOS EQUIVALENTES.

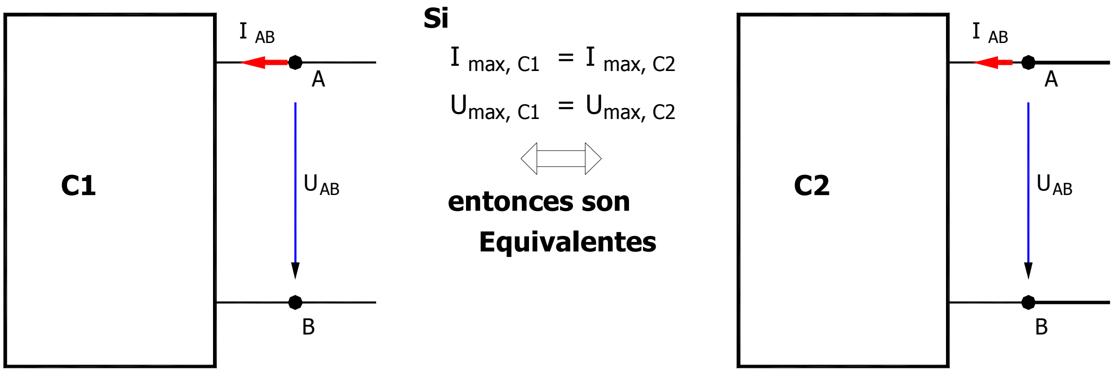
"***Dos dipolos son equivalentes si su característica i-u son iguales***"

Supongamos una parte de un circuito eléctrico que tiene 2 terminales accesibles (dipolo C1 en la figura), este dipolo si es activo tendrá una característica típica como la representada en la figura.



Si encuentro un dipolo C2 que tenga la misma característica que C1, para el resto del circuito me es indiferente que yo utilice uno u otro dipolo, entonces diré que el circuito C1 y el C2 son equivalentes. Lo mismo ocurre con dipolos pasivos.



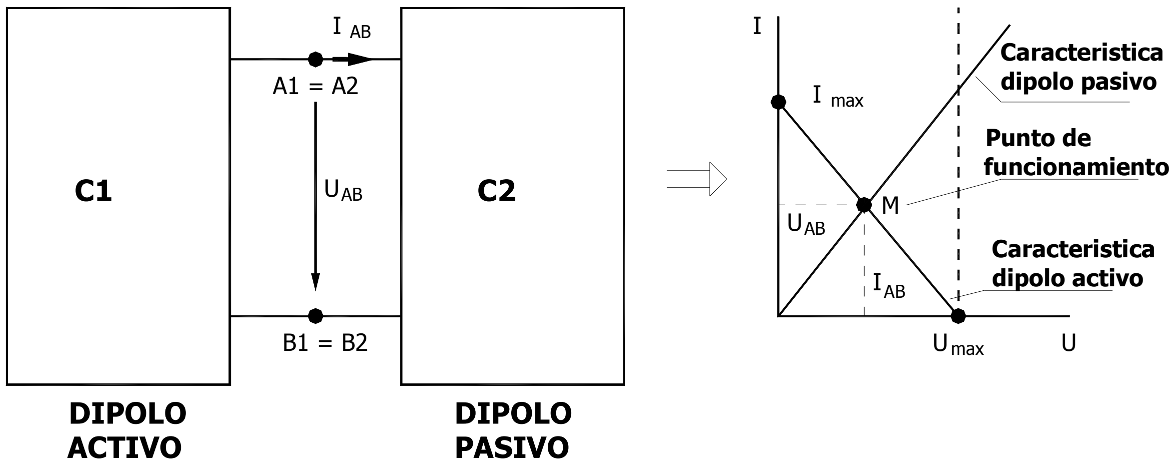


1.3. ASOCIACIÓN DE UN DIPOLO ACTIVO Y UNO PASIVO.

Punto de funcionamiento:

Sea C1 el dipolo activo y C2 el dipolo pasivo. Se les asocia eléctricamente uniendo mediante un conductor sin resistencia los bornes A1 y A2, por un lado y B1 y B2 por otro (ver figura). La misma corriente i(t) recorre los dos dipolos, siendo la tensión en sus bornes, u(t), idéntica para C1 y para C2.

El punto de intersección, **M** de las dos características i-u de ambos dipolos se llama punto de funcionamiento y evidentemente, al ser idénticos los puntos, se cumplirá que la potencia suministrada por el dipolo activo es igual a la potencia absorbida por el dipolo pasivo.



1.4. NOCIONES DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS.

Un circuito eléctrico es una combinación de elementos activos y pasivos, conectados por sus terminales, que contiene al menos un "CAMINO CERRADO" por el que circula corriente eléctrica.

Analizar un circuito consiste en determinar para cada elemento que lo compone la diferencia de potencial existente entre sus bornes y la corriente eléctrica que lo atraviesa. La “Teoría de circuitos” se dedica al estudio de las propiedades de los elementos que integran los circuitos y al comportamiento de las uniones de estos elementos. En este tema se establecen las ecuaciones matemáticas de una serie de elementos que me definen el comportamiento de estos en lo que se refiere a la corriente que circula por ellos y la tensión entre sus extremos. También se recordara las leyes que rigen el comportamiento de las uniones de estos elementos. Pero antes de hacerlo vamos a dar una serie de definiciones para lo cual utilizaremos el circuito de la figura siguiente.

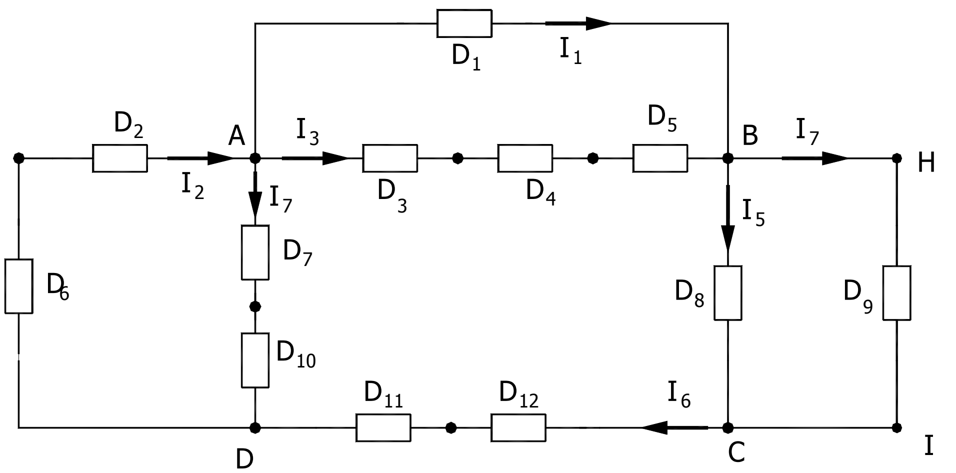


Figura 7 Esquema de un circuito eléctrico: combinación de elementos activos y pasivos conectados por sus terminales.

LAZO: Es cada uno de los "caminos cerrados" (por donde se establece la corriente eléctrica): A B H I C D

MALLA: Es un lazo que no contiene a otro: ABCD

DIAGRAMA: Es la representación de su configuración en su aspecto puramente geométrico.

RAMAS: Son partes de un lazo que contiene uno o un grupo de elementos (dipolos) en serie y presenta 2 terminales.

CONEXIÓN: Punto donde se unen dos terminales de elementos

NUDOS: Son los puntos donde se unen más de dos terminales de elementos. Entre dos nudos debe haber al menos un elemento, sino es así, es el mismo nudo.

TIERRA: Nudo del circuito que se toma como referencia para medir todas las tensiones respecto a éste. Así, cuando se dice "la tensión en tal punto del circuito" se está refiriendo a la diferencia de potencial entre dicho punto y el nudo de tierra.

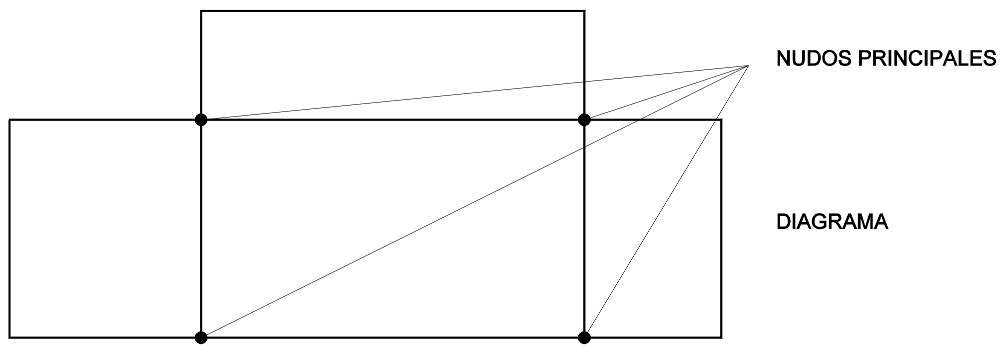


Figura 8 Diagrama del esquema de la figura anterior

ÁRBOL: Es lo que queda de un circuito, al suprimir las ramas necesarias para que todos los nudos principales estén comunicados sin presentar ningún lazo (camino cerrado por donde se establece corriente eléctrica).

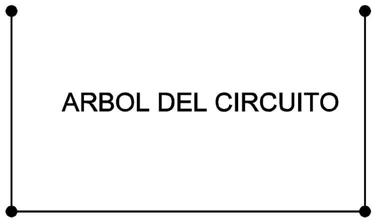


Figura 9 Árbol del esquema de la figura anterior

ESLABONES: Ramas del circuito que no pertenecen al árbol.

Si r_a = nº ramas del árbol.
r = nº ramas totales.
n = nº de nudos principales.

entonces, se puede establecer que:

$r_a = n - 1$

e = nº de eslabones = $r - r_a = r - (n - 1)$ = nº de mallas

RED ACTIVA: Es aquella que contiene por lo menos una fuente de energía.

RED PASIVA: Es aquella que no tiene fuentes de energía

RED LINEAL: Esta compuesta por elementos lineales y cumple la relación $U = K \cdot I$, su determinación se realiza a base de sistema de ecuaciones lineales.

1.5. CONDICIONES IMPUESTAS A LAS UNIONES DE DIPOLOS: LEYES DE KIRCHHOFF

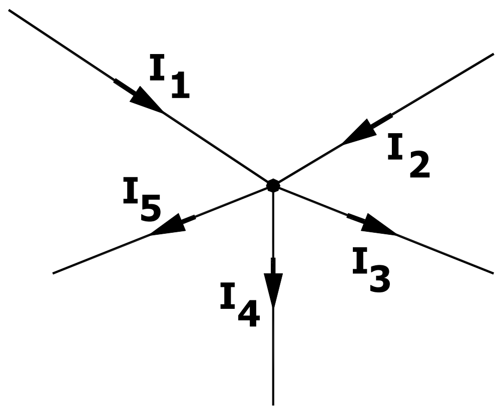
Las leyes que rigen el comportamiento de los circuitos se basan en el trabajo de Gustav Kirchhoff y nos dicen que el proceso de interconexión de dispositivos para formar un circuito obligan a las corrientes y tensiones en los dispositivos a comportarse de determinada manera. Estas condiciones se basan solamente en las conexiones del circuito y no en dispositivos concretos que lo forman. Por esta razón a las ecuaciones que se deducen de las leyes de Kirchhoff las consideramos "condiciones impuestas a las conexiones".

Son dos leyes que nos permiten estudiar de una forma sistemática el reparto de corrientes y tensiones en los circuitos eléctricos.

1º LEY: LA SUMA ALGEBRAICA DE LAS INTENSIDADES DE LAS CORRIENTES QUE LLEGAN A UN NUDO ES NULA EN TODO MOMENTO

Así, si varios conductores concurren en un punto común, como se representa en la figura, las intensidades de esos conductores satisfacen la ecuación siguiente:

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 = 0 \qquad (1)$$



donde las intensidades salientes se han tomado como intensidades entrantes negativas.

Esta primera ley se hubiera podido enunciar de la siguiente forma: "**LA SUMA ALGEBRAICA DE LAS INTENSIDADES SALIENTES ES NULA EN TODO INSTANTE"**

Así, para la figura, las intensidades cumplirán la ecuación:

$$- I_1 - I_2 + I_3 + I_4 + I_5 = 0 \qquad (2)$$

donde las intensidades entrantes se han considerado como intensidades saliente negativas, tanto de (1) como de (2) podemos llegar a:

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5$$

que en forma general, se puede escribir:

$$\Sigma I_{ENTRANTES} = \Sigma I_{SALIENTES}$$

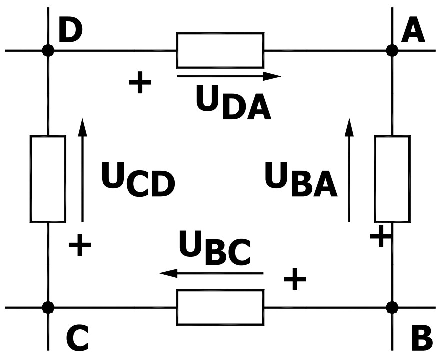
"LA SUMA DE LAS INTENSIDADES DE LAS CORRIENTES QUE LLEGAN A UN NUDO ES IGUAL A LA SUMA DE LAS INTENSIDADES QUE SALEN DE EL"

Esta ley indica que las cargas que se acumulan en un nudo son nulas.

Nota: Cada corriente lleva asociados dos signos. El 1º se asigna a una corriente al escribir la ecuación, el cual esta determinado por la orientación respecto al nudo. El 2º signo está determinado por el sentido real de la corriente.

2º LEY: LA SUMA ALGEBRAICA DE LAS TENSIONES A LO LARGO DE CUALQUIER CAMINO CERRADO ES NULA EN TODO INSTANTE

Esta ley no es más que una consecuencia de haber definido la tensión entre dos puntos como diferencia de sus respectivos potenciales.



Si cogemos un camino cerrado ABCD la 2ª ley nos dice:

$$U_{AA} = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DA} = 0$$

debido a que:

$$U_{AA} = (V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_A) = 0$$

Este camino cerrado puede ser una malla o un lazo. Aunque, normalmente se aplica a una malla y por tanto la llamaremos "ecuación de malla".

Nota: La tensión entre cualquier par de nudos es independiente del camino seguido para pasar de uno a otro. Así:

Trayectoria ABC: $U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} = (V_A - V_B) + (V_B - V_C) = V_A - V_C$

Trayectoria ADC: $U_{AC} = U_{AD} + U_{DC} = (V_A - V_D) + (V_D - V_C) = V_A - V_C$

1.6. ELEMENTOS ACTIVOS Y PASIVOS

En un circuito eléctrico nos podemos encontrar con una serie de elementos, que los clasificaremos en dos grupos: **Elementos pasivos** (requieren de una excitación para manifestar sus propiedades) y **elementos activos** (producen una excitación en la red a la que se conectan). Seguidamente vamos a estudiar cuales son y como se comportan.

1.6.1. ELEMENTOS PASIVOS

Son los que almacenan o disipan energía que otros elementos le han cedido.

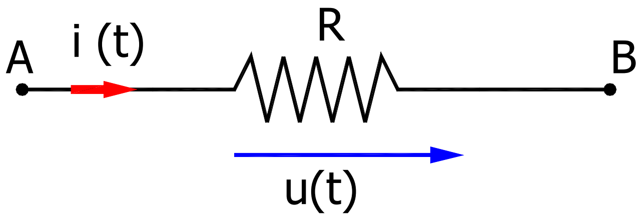
1.6.1.1 ELEMENTOS PASIVOS IDEALES

Puesto que el funcionamiento de los elementos reales de los circuitos eléctricos es complejo, definiremos una serie de elementos ideales, cuyo comportamiento se puede expresar matemáticamente de forma sencilla, y representa el máximo grado posible de simplificación en lo que a relación entre variables tensión y corriente se refiere.

Los elementos pasivos ideales que se van a estudiar en estos apuntes solamente serán tres, y estos serán: Resistencia, Bobina y Condensador.

RESISTENCIA IDEAL : La resistencia es un elemento que disipa energía en forma de calor.

La figura muestra la representación esquemática de una resistencia



Su ecuación de definición es

$$\mathbf{u(t) = R\, i(t)} \quad \text{(ley de Ohm)} \quad \text{o} \quad \mathbf{i(t) = u(t)\, 1/R = u(t)\, G}$$

donde **R** se expresa en Ω, **i** en amperios y **u** en voltios. El parámetro **G** se denomina conductancia y es la inversa de la resistencia siendo su unidad el siemens, **S**.

La potencia que consume será: $p(t) = u(t)\, i(t) = i^2(t)\, R = G\, u^2(t)$

y la energía absorbida entre dos instantes de tiempo, t_1 y t_2:

$$w_{t1}^{t2} = \int_{t1}^{t2} p(t)\, dt = \int_{t1}^{t2} R \cdot i^2(t)\, dt > 0$$

la cual siempre es positiva y es disipada en forma de calor.

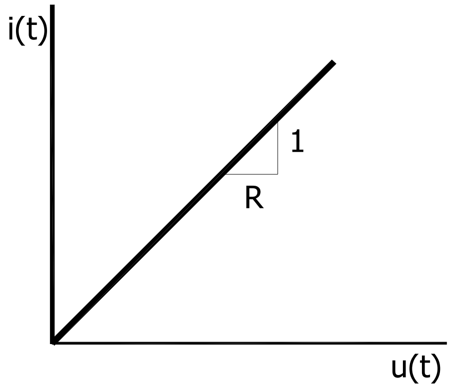
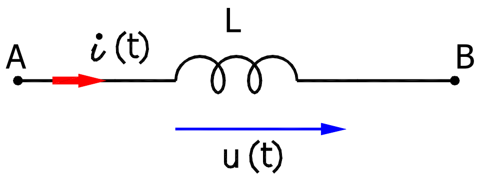


Fig: Característica i-u de la resistencia ideal

Si i(t) es independiente del tiempo o sea constante, i(t) = I, entonces:

$$w_{t1}^{t2} = R\,I^2\,(t_2 - t_1)$$

BOBINA IDEAL : La bobina es un elemento que almacena energía en el campo magnético producido por la corriente que la recorre. En la figura se muestra la representación de una bobina ideal



. La ecuación de definición es :

$$u(t) = L\frac{di}{dt} \qquad \text{o} \qquad i(t) = \frac{1}{L}\int u(t)\,dt$$

donde **L** es el coeficiente de autoinducción en henrios (H), si **u** se da en voltios e **i** en amperios.

En corriente continua, la intensidad de la corriente no varía con el tiempo, di/dt = 0, por lo que la tensión en bornes de la bobina es cero, u=0.

La intensidad de la corriente que recorre una bobina, i, no puede variar bruscamente, pues si lo hiciera significa que u seria ∞, lo cual es imposible en la vida real.

La potencia que almacena o cede la bobina en cada instante de tiempo será:

$$p(t) = u(t)\,i(t) = L\frac{di}{dt}\,i(t)$$

y la energía almacenada o cedida entre dos instantes de tiempo t_1 y t_2, valdrá:

$$dw = p\ dt = L\ i(t)\ di$$

$$w_{t1}^{t2} = \int_{t1}^{t2} p(t)\ dt = \int_{i(t1)}^{i(t2)} L\ i(t)\ di = \frac{1}{2} L\ i^2(t_2) - \frac{1}{2} L\ i^2(t_1)$$

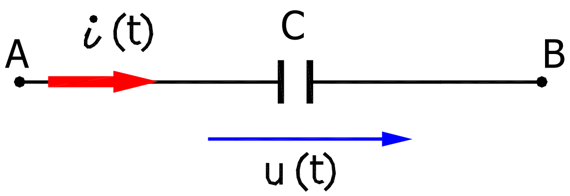
como vemos, esta energía que la bobina pone en juego solo depende de la intensidad instantánea en los instantes de tiempo t_1 y t_2, y no de la forma de variación de esta.

La energía absorbida por la bobina es almacenada en su **campo magnético**, y puede más tarde ser cedida (generador).

Si $|i(t_2)| > |i(t_1)|$ la bobina almacena energía en su campo magnético.

Si $|i(t_2)| < |i(t_1)|$ la bobina cede energía almacenada en su campo magnético.

CONDENSADOR IDEAL : En la figura siguiente se representa esquemáticamente a un condensador.



Es un elemento que almacena energía en el campo eléctrico existente entre sus armaduras producido por la diferencia de potencial que hay entre sus bornes.

Su ecuación de definición, para las referencias dadas, es:

$$i(t) = C \frac{du}{dt} \qquad u(t) = \frac{1}{C} \int i(t)\ dt$$

donde **C** es la capacidad en faradios (F), si se da **i** en amperios y **u** en voltios.

La tensión en los bornes del condensador no puede variar bruscamente, en este caso significa que i(t) seria infinita (además de una potencia infinita).

La potencia entrante o saliente (receptor o generador) en un condensador será:

$$p(t) = u(t)\ i(t) = u(t)\ C\ \frac{du}{dt}$$

y la energía cedida ó almacenada por el condensador entre dos instantes t_1 y t_2, valdrá:

$$w_{t1}^{t2} = \int_{t1}^{t2} p(t)\ dt = \int_{u(t1)}^{u(t2)} C\ u(t)\ du = \left[\frac{1}{2}\ C\ u^2(t)\right]_{u(t1)}^{u(t2)} =$$

$$= \frac{1}{2}\ C\ u^2(t_2) - \frac{1}{2}\ C\ u^2(t_1)$$

como vemos, el valor de la energía almacenada o cedida, o sea, puesta en juego, por el condensador entre dos instantes solo depende del valor de la tensión en los instantes considerados, pero no de la forma en como varía esta.

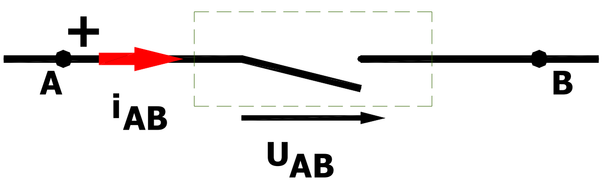
Si $|u(t_2)| > |u(t_1)|$ el condensador almacena energía en el campo eléctrico existente entre sus armaduras

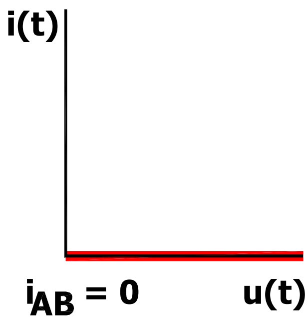
Si $|u(t_2)| < |u(t_1)|$ el condensador cede energía. La energía es almacenada en el campo eléctrico existente entre sus armaduras, en el dieléctrico, y el condensador es capaz de cederla a un receptor conectado a sus bornes.

CASOS PARTICULARES:

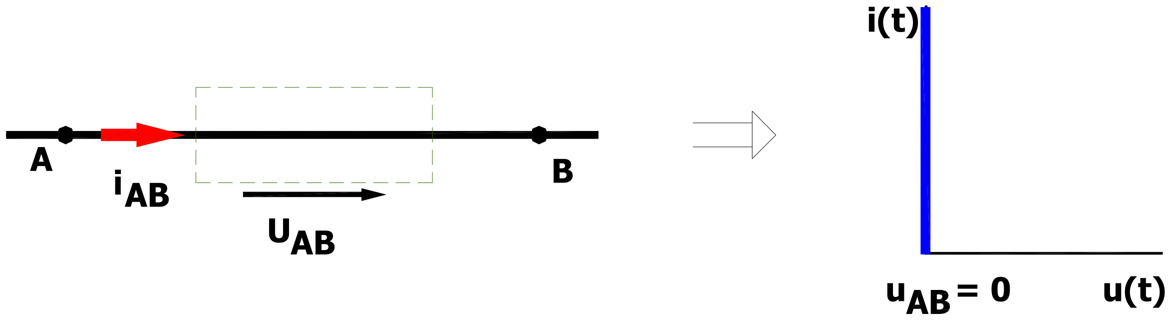
Si nos fijamos en la característica i-u de un dipolo cualquiera, hay dos casos particulares interesantes a estudiar, que son:

1.- Cuando la característica coincide con el eje horizontal, es decir, la intensidad de la corriente que circula por el elemento es nula en todo instante ($i_{AB} = 0$), a este caso le llamaremos "circuito abierto"

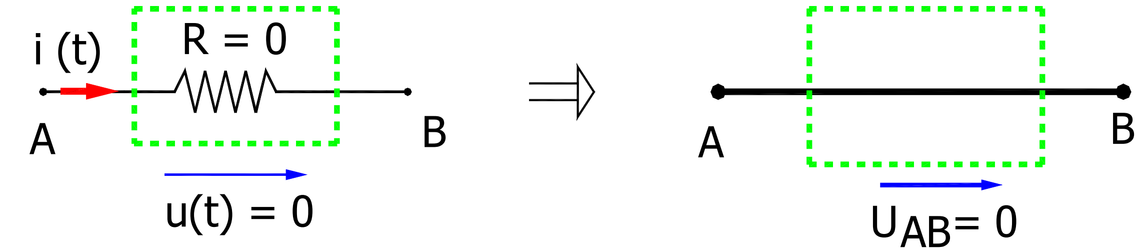


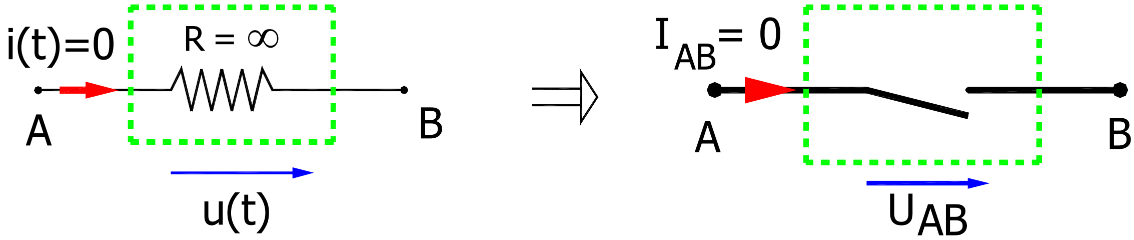


2.- Cuando la característica coincide con el eje vertical, es decir, la tensión en bornes del dipolo, o sea entre sus terminales, es nula en todo instante ($u_{AB} = 0$), a este caso le llamaremos "cortocircuito"

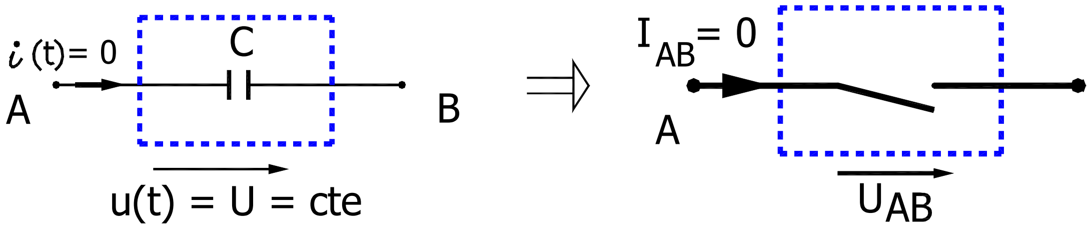


En el caso de una resistencia, si su valor óhmico es nulo, R = 0, se cumple que la caída de tensión entre sus terminales es nulo en todo instante ($u_{AB} = 0$), por lo que es equivalente a un “cortocircuito”. Ahora bien, si el valor óhmico tiende a infinito (R –> ∞), se cumple que la intensidad de la corriente que circula por el elemento es nula en todo instante ($i_{AB} = 0$), por lo que es equivalente a un “circuito abierto”.

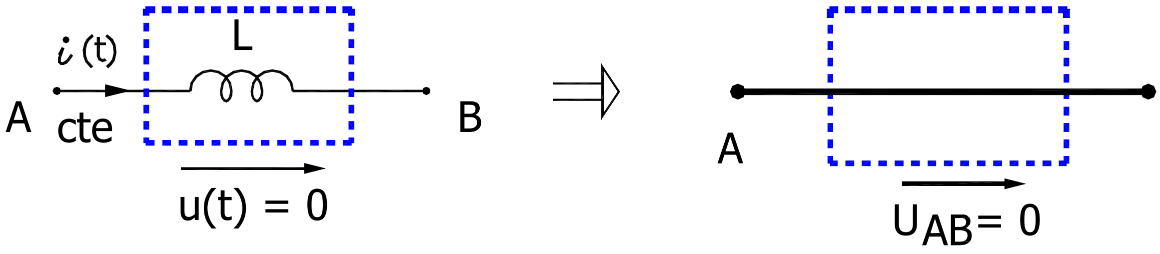




En el caso de un condensador, si la tensión en bornes del condensador tiene un valor constante en el tiempo (caso de C.C.), su derivada respecto al tiempo es nula, por lo que, i(t) = 0, es decir, no circula intensidad por el condensador. En este caso el condensador se comporta como un circuito abierto.



En el caso de una bobina, si la intensidad que circula por una bobina es constante en el tiempo (circuito de C.C.), su derivada con respecto al tiempo es nula y, por lo tanto, la tensión en bornes de la bobina es en todo instante cero. En este caso, la bobina se comporta como un cortocircuito.



En el caso de los conductores que unen los diferentes elementos ideales de un circuito los consideramos conductores ideales, es decir, aquel cuya resistencia es cero, o sea, como si no estuvieran.

1.6.1.2. ELEMENTOS PASIVOS REALES

En la práctica no existen elementos ideales, o sea, elementos en los que aparezcan los efectos de resistencia, inductancia o capacidad absolutamente puros sino elementos en los que dichos efectos se manifiestan combinados si bien alguno de ellos puede sobresalir entre los demás.

Por ello parece más apropiado no referirse a elementos tales como resistencia, inductancia o capacidad "sino a" elementos que presentan efectos de resistencia, inductancia o capacidad.

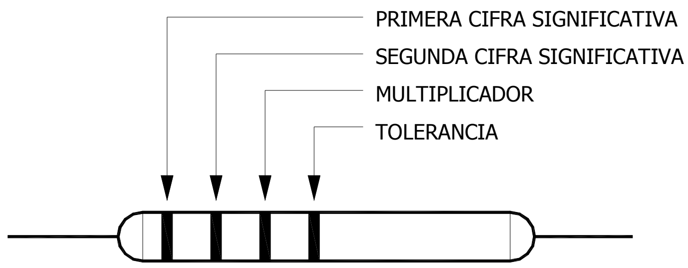
RESISTENCIA:

Será el elemento pasivo de un circuito que presenta, como efecto primordial el de disipar energía en forma de calor (Joule).

En el mercado existen muy variados tipos de resistencias a base de carbón, hilo bobinado, líquidas, etc. También se encuentran resistencias especiales: variables con la tensión (VDR) o Varistores, variables con la luz (Fotoresistores), resistencias que disminuyen con la temperatura (NTC o Termistores), que aumentan con la temperatura (PTC).

A la hora de especificar una resistencia comercial no es suficiente indicar su valor óhmico, sino que es necesario detallar la máxima potencia que es capaz de disipar y además la tolerancia dentro de la cual garantiza el fabricante que se va a encontrar el valor óhmico pedido.

El valor de la resistencia, su tolerancia y su potencia suelen escribirse en la superficie de la resistencia o suelen marcarse mediante un código de colores mediante "bandas" (cuatro) colocadas a partir de uno de los extremos. Las dos primeras bandas representan según su color respectivo las cifras indicativas del valor de la resistencia, la tercera señala el factor multiplicativo (1, 10, 100, 1000, ...) y por fin la cuarta muestra la tolerancia de fabricación (1%, 5%, 10%, 20%).



La mayoría de las resistencias siguen la ley de Ohm (especialmente si no se supera su potencia nominal), que es una ley lineal, o sea, el valor de la resistencia es fijo, y una vez fabricado no puede variarse su valor. Por razones técnicas y comerciales no existen en el mercado todos los valores de resistencias que se obtienen en los circuitos teóricos, con los valores que podemos encontrar debemos conseguir mediante asociación de ellos el valor teórico que queramos.

La potencia que puede disipar también esta normalizada y los valores son 1/8, 1/4, ½, 1, 2, 3 ... en vatios, siendo el tamaño de la resistencia directamente proporcional al tamaño que debe disipar.

Existen diferentes resistencias según su constitución, que presentan otros efectos, este es el caso de la resistencia constituida por una bobina de alambre conductor generalmente con muchas espiras, será necesario tener en cuenta el efecto de inductancia además del de resistencia. El modelo matemático equivalente se representa en la figura, y como puede verse, se compone de la asociación en serie de dos elementos ideales. El efecto de inductancia será tanto mayor cuanto mayor sea la frecuencia de la corriente y más elevado el número de espiras de la bobina. en algunos casos podría incorporarse el efecto de capacidad entre las distintas espiras de la bobina, aunque en la mayoría de los casos es despreciable.

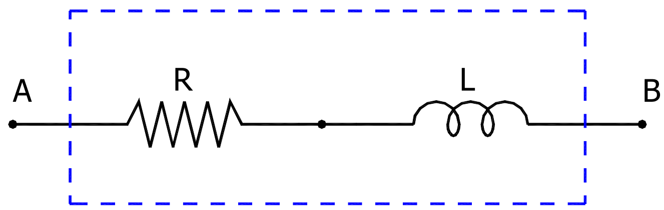


Figura 22 Esquema equivalente de una resistencia bobinada comercial

INDUCTANCIA

Es el efecto de almacenar energía en un campo magnético.

El elemento inductancia, como tal, es aquel en que la indicada capacidad de almacenar energía en el seno de un campo magnético es el efecto principal o predominante. Su modelo matemático (al ser principalmente un conjunto de N espiras, considerándose cada espira como una vuelta completa) es análogo al de la resistencia bobinada del que se diferencia solamente en cual de los efectos (inductancia o resistencia) es el principal. Es el elemento que menos se aproxima a las condiciones ideales, ya que al estar formado por un conductor devanado en forma helicoidal, siempre existirá la resistencia del propio conductor que da origen a la bobina. Por definición $L = \frac{N \cdot \Phi}{i}$, donde N es el número de espiras de la bobina, Φ es el flujo creado dentro de la bobina, por lo que N Φ es el flujo concatenado con la bobina. Se podría aumentar L:

1) aumentando N, con lo cual el valor de la resistencia del conductor sería grande.

2) aumentando Φ, podría lograrse utilizando un núcleo de material ferromagnético o incrementando el diámetro de las espiras.

CAPACIDAD

Es el efecto mediante el cual un cierto elemento pasivo es capaz de almacenar energía eléctrica en el seno de un campo electrostático debido a la diferencia de potencial entre sus armaduras.

Los condensadores, como elementos en los que predomina el efecto de capacidad suelen definirse por:

- La capacidad.
- Tensión máxima que es capaz de soportar entre sus terminales sin que se perfore el dieléctrico (el medio dieléctrico se hace conductor y se forma un arco).
- Tolerancia garantizada por el fabricante para el valor de la capacidad indicada.

La capacidad de un condensador solo depende de su configuración geométrica y del medio que sirve como dieléctrico. Los condensadores reales varían su configuración geométrica o el medio dieléctrico, o ambas cosas, para obtener un valor fijo de la capacidad.

Existen gamas de capacidades, tolerancias y tensiones de funcionamiento que son marcadas mediante un código de colores en el cuerpo del condensador, igual que en las resistencias.

También, nos podemos encontrar con condensadores variables (aquellos que pueden variar su capacidad variando su superficie o la distancia entre las armaduras) y condensadores ajustables (aquellos que se regulan una sola vez, ajustando a la capacidad deseada, para ser luego sellados).

En la práctica un condensador suele presentar pérdidas, debido a la corriente de fugas, que siempre existe a través del dieléctrico colocado entre las armaduras del condensador, estas se representan en el modelo matemático mediante una resistencia en paralelo con la capacidad ideal (sin perdidas).

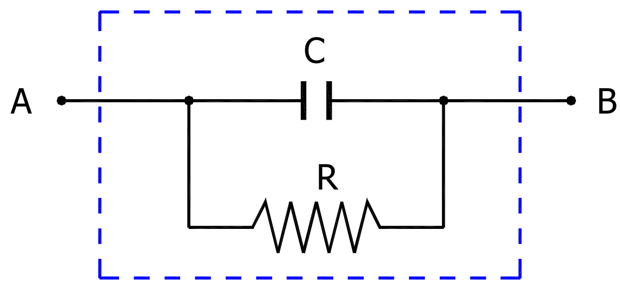


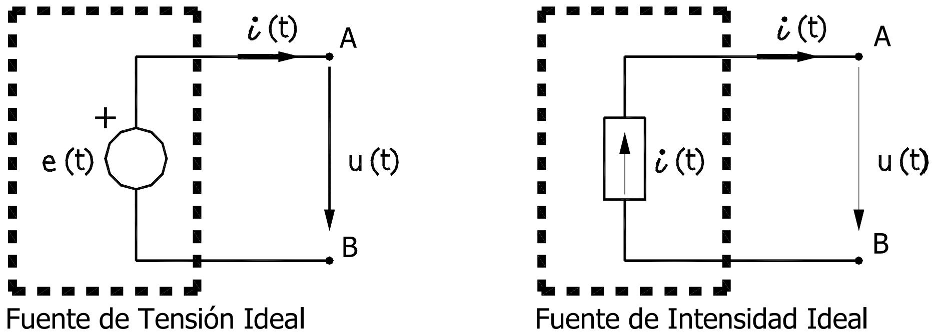
Figura 23 Esquema equivalente aproximado de un condensador real

Estas pérdidas, o resistencia R, en el modelo matemático, es la causante de la autodescarga del condensador desconectado del circuito.

En un condensador ideal, la tensión se mantendría constante a lo largo del tiempo, sin embargo, en uno real se observa que la tensión disminuye según una exponencial de tanto más pequeña cuanto más pequeña es R (normalmente los fenómenos eléctricos varían en períodos de tiempo muy cortos frente al tiempo de descarga, por lo que no suele tenerse en cuenta R y se toma el condensador como ideal).

1.6.2. ELEMENTOS ACTIVOS

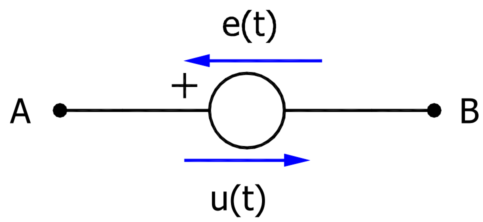
Son las fuentes de energía eléctrica, o sea, las fuentes de tensión (pilas, generadores dinamoeléctricos, etc) y las fuentes de intensidad (diodo semiconductor iluminado).



FUENTE DE TENSIÓN IDEAL

Un generador ideal de tensión es aquel elemento activo de un circuito que tiene una determinada tensión entre sus bornes independiente de la intensidad de la corriente que pasa por él.

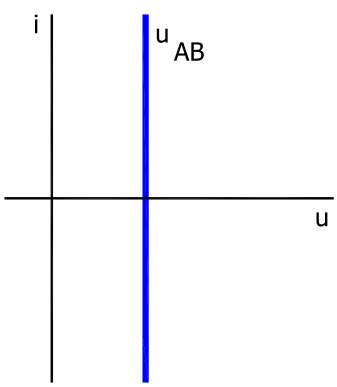
La figura representa el esquema de una fuente ideal de tensión:



donde **e(t)** es el parámetro característico de la fuente y la diferencia de potencial entre **A** y **B** será: $\mathbf{u_{AB} = e(t)}$, siendo esta independiente de la intensidad de la corriente que suministra.

El signo **+** es la polaridad mediante el que convenimos que $\mathbf{V_A > V_B}$ para el instante considerado de referencia con independencia de toda otra conexión que pudiera haber entre **A** y **B**.

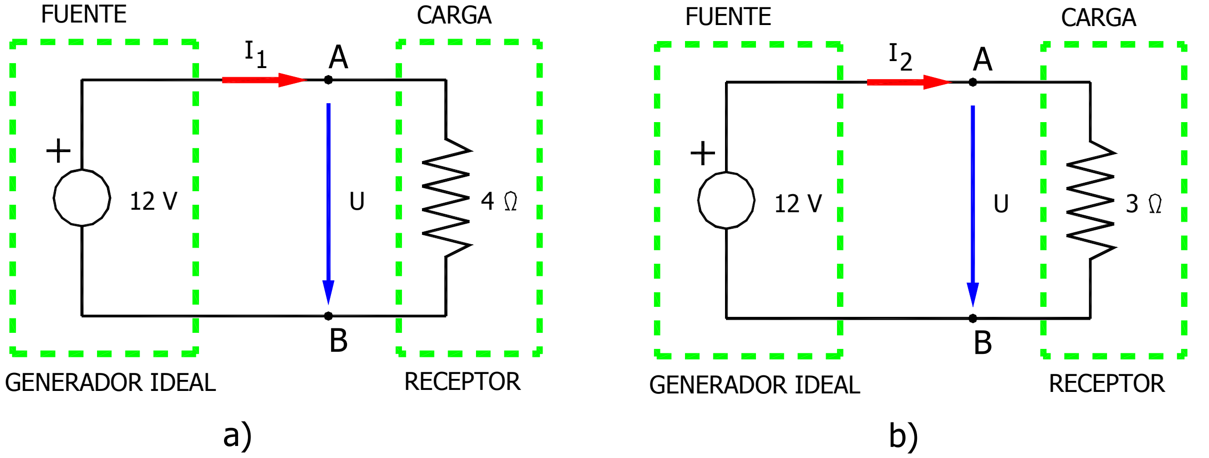
La característica **i-u** en un instante **t** determinado será:



o sea, para un instante de tiempo, **t**, la intensidad es cualquiera, nos la dará el circuito exterior conectado a la fuente, mientras que la tensión en bornes de la fuente es fija.

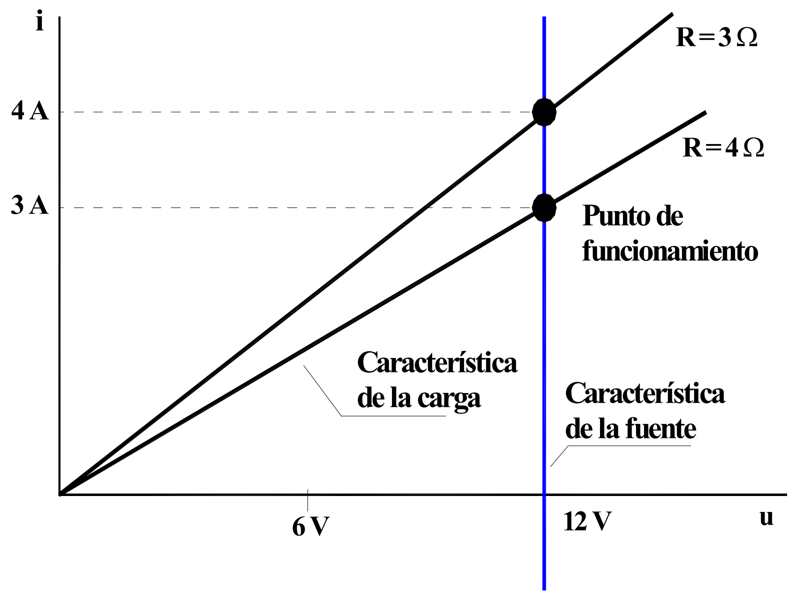
Si el parámetro característico es nulo, o sea, **e(t)=u(t)=0**, resulta que esta fuente es equivalente a un cortocircuito.

Ejemplo: Determinar las intensidades $\mathbf{I_1}$ e $\mathbf{I_2}$ que suministra la fuente de tensión constante de **12 V** en los circuitos que se representan en las figuras.



En ambas figuras la tensión en los bornes de la resistencia coincide con la característica de la fuente, es decir, U = 12 V

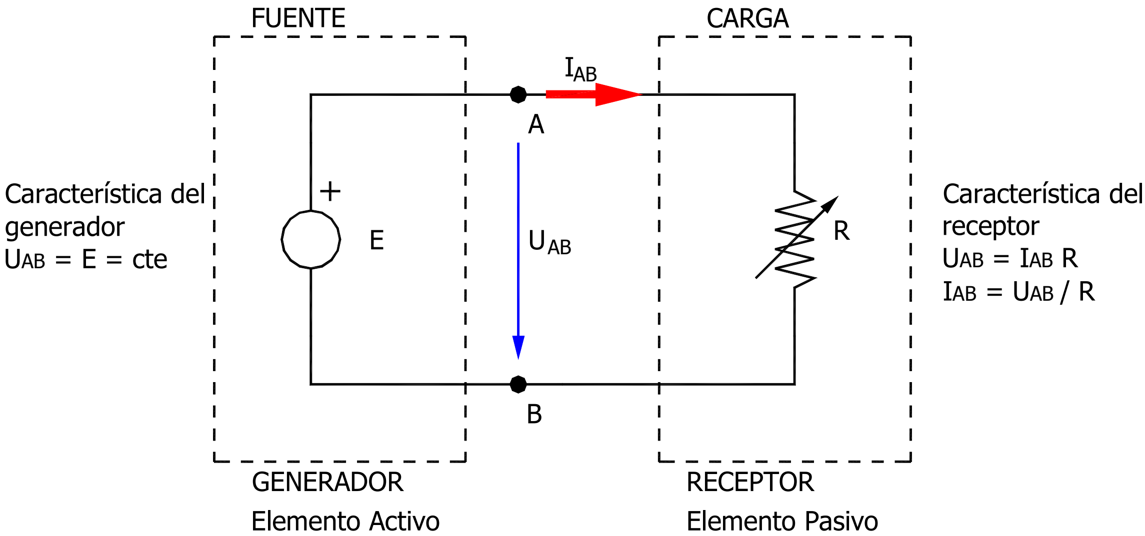
Por lo que: a) $I_1 = \dfrac{12}{4} = 3\ \text{A}$ b) $I_2 = \dfrac{12}{3} = 4\ \text{A}$



Nota: La característica de la carga en este caso es la de una resistencia, que representada en el plano **i-u** es una linea recta (recta de trabajo) que pasa por el origen y cuya inclinación depende únicamente del valor óhmico de dicha resistencia. La característica de la fuente corresponde a la gráfica del generador de tensión ideal y el punto de trabajo del sistema corresponde al punto de intersección de la recta de carga con la característica de la fuente.

FUENTE REAL DE TENSIÓN

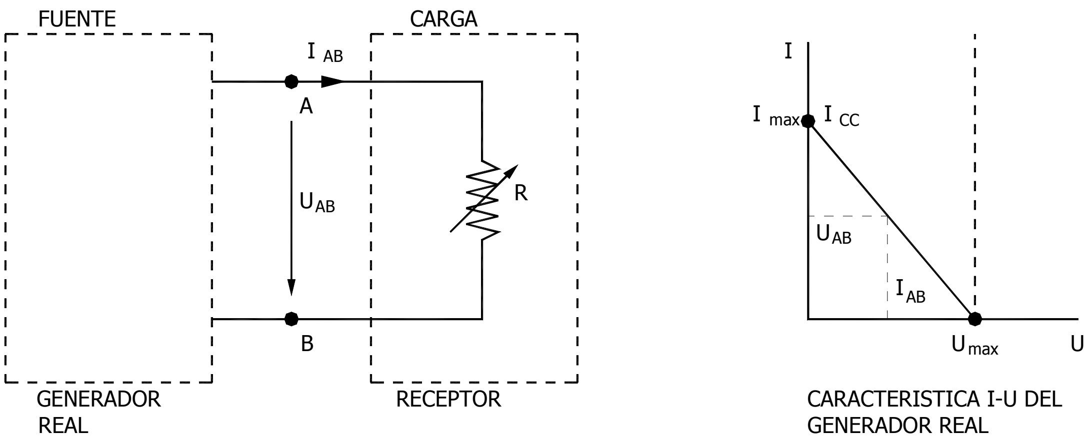
Supongamos una fuente de tensión ideal constante en el tiempo que se conecta en paralelo a una resistencia variable. La intensidad que circula vendrá dada por la ecuación característica de la resistencia (ley de Ohm): **i(t) = u(t)/R**, si **u(t) = U** es cte la intensidad también será constante **i(t)= I** y se tendrá que $\mathbf{I_{AB}=U_{AB}/R}$



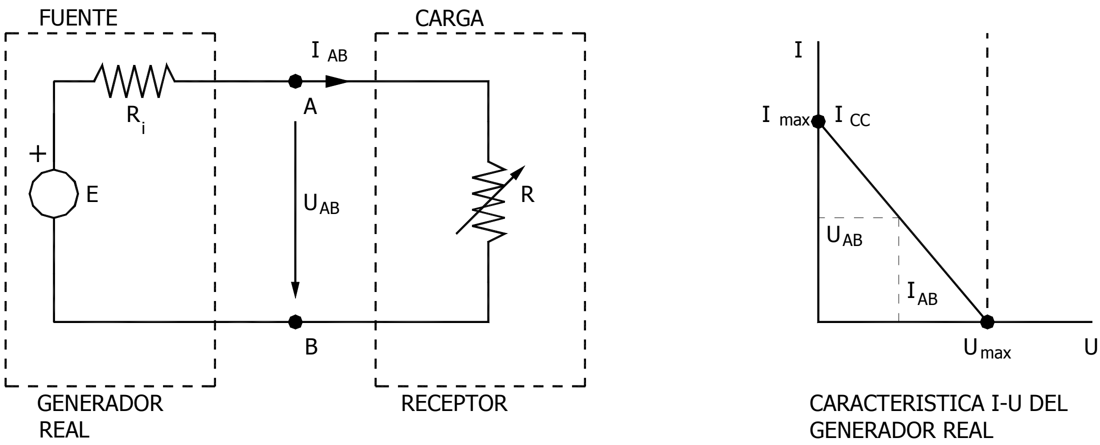
Si se hace **R** cada vez más pequeña, **I** aumentará progresivamente y si **R = 0**, **I = ∞**. Pero ello sería a costa de una fuente que diese una potencia infinita lo cual no es posible en la vida real.

$$P_{AB} = U_{AB} \cdot I_{AB} = E \cdot I_{AB} = cte \cdot \infty = \infty$$

Por consiguiente las fuentes reales de tensión no tienen la misma característica **i-u** que una ideal (pues no existe ninguna fuente de tensión que mantenga una tensión U_{AB} independiente de la intensidad que la recorre). Si utilizamos aparatos de medida para obtener la curva i-u de un generador obtendremos que la característica es una recta como la de la figura siguiente.



Esta característica es idéntica a la de una fuente de tensión ideal en serie con una resistencia (ya se verá más adelante), luego nuestro generador real será equivalente a estos dos elementos en serie.



Los parámetros característicos de estos elementos se obtienen a partir de los puntos de corte con los ejes de la curva i-u real.

Si $R = \infty$, $I_{AB} = 0$, $U_{AB} = E - I_{AB} R_i = E$ –> $\mathbf{E = U_{AB} = U_{MAX}}$ (tensión a circuito abierto)
Si $R = \mathbf{0}$, $I_{AB} = I_{MAX} = I_{CC}$, $U_{AB} = 0$ –> $I_{AB} = E/R_i = I_{MAX}$ –> $\mathbf{R_i = E / I_{CC}}$

o sea, a medida que **R** aumenta se produce intensidades más pequeñas, hasta que $R = \infty$ que es equivalente a un interruptor abierto, en este caso $I = 0$ y la tensión en bornes de la fuente es la máxima posible, que corresponde con la característica de la fuente interna ideal de la fuente $E = U_{MAX}$. Si **R** –> 0 la intensidad no tiende a infinito y su valor es el máximo que se puede obtener de la fuente es lo que se denomina intensidad de cortocircuito, I_{CC} ,de donde se podrá obtener el parámetro característico de la resistencia interna de la fuente real, $R_i = E / I_{CC}$.

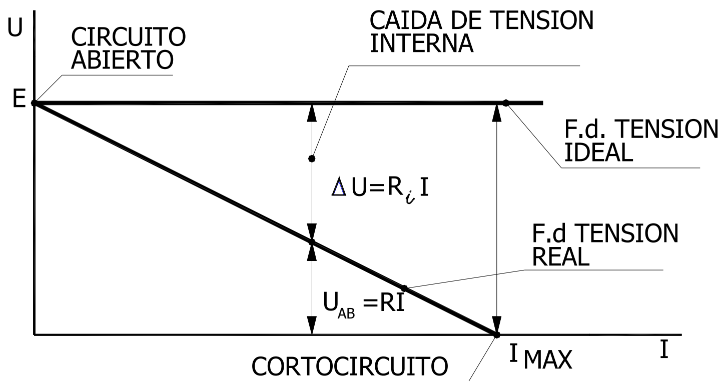
Si aplicamos la 2ª ley de Kirchhoff entre AB, se obtendrá la característica i-u del generador real que será:

$$U_{AB} = E - R_i \cdot I_{AB} = f(I_{AB}) \qquad \text{o también,}$$

$$I_{AB} = (E - U_{AB}) / R_i = f(U_{AB})$$

Si $\mathbf{R_i}$ se hace cada vez menor, la pendiente de la recta irá disminuyendo y cuando $\mathbf{R_i = 0}$ la recta será paralela al eje de abscisas, **U = E** , y estaríamos en el caso de fuente ideal de tensión.

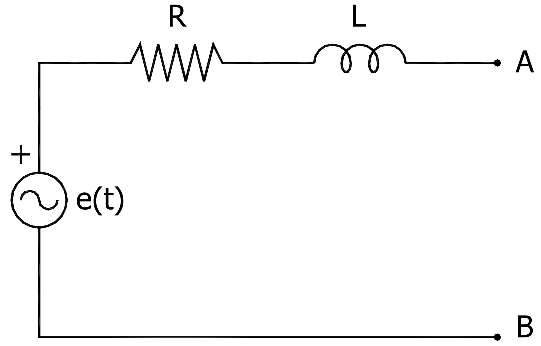
$$I = \frac{E}{R + R_i} \qquad\qquad U_{AB} = I \cdot R = R \cdot \frac{E}{R + R_i}$$



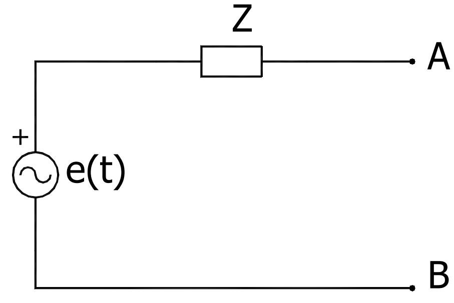
donde se ve que si **R > > > R$_i$**, **U$_{AB}$** aproximadamente es igual a **E**.

En una fuente de tensión real la diferencia de potencial disminuye a medida que aumenta la intensidad que suministra.

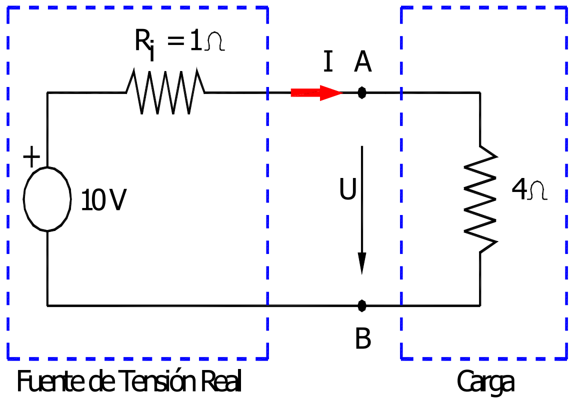
La representación que se ha hecho de un generador real, no es exactamente el mismo en todos los casos, por ejemplo, para un generador de corriente alterna (alternador) el circuito es el de la figura



En cualquier caso, una fuente real de tensión se representa por una fuente ideal de tensión, en serie con una combinación de elementos pasivos que designaremos por **Z**, y se representa por un rectángulo.



Ejemplo : Hallar la intensidad que absorbe una resistencia de 4 Ω, conectada a la fuente real del circuito de la figura.



Ecuación de la fuente: $U_{AB} = E - I_{AB}\, R_i = 10 - I_{AB} \cdot 1$

Ecuación de la carga: $U_{AB} = R\, I_{AB} = 4 \cdot I_{AB}$

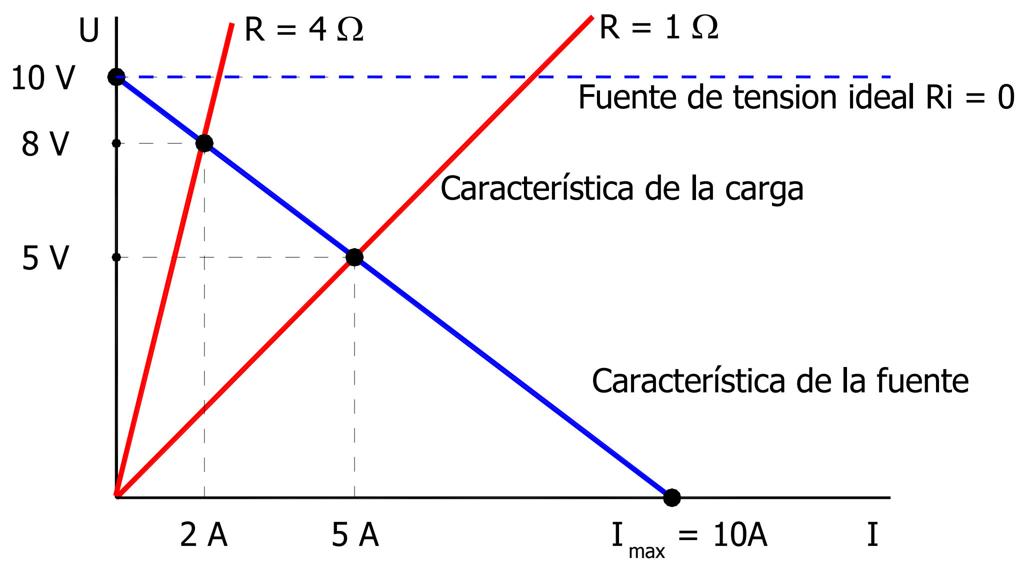
Hallado el punto de corte de las dos rectas características:

$$4 \cdot I_{AB} = 10 - I_{AB} \cdot 1$$

$$I = \frac{E}{R_i + R} = \frac{10}{1 + 4} = 2 \text{ A}$$

Si R = 1 Ω, $I = \frac{10}{1+1} = 5$ A se ve que al reducir la resistencia **R**, aumenta la intensidad cedida por la fuente real.

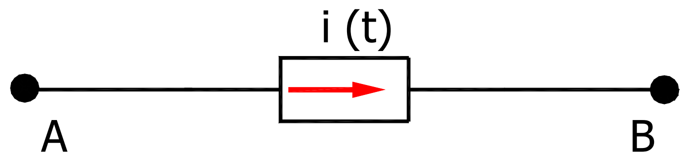
Si R = 0, I = 10/1 = 10 A esta es la máxima intensidad que es capaz, teóricamente, de dar la fuente real.



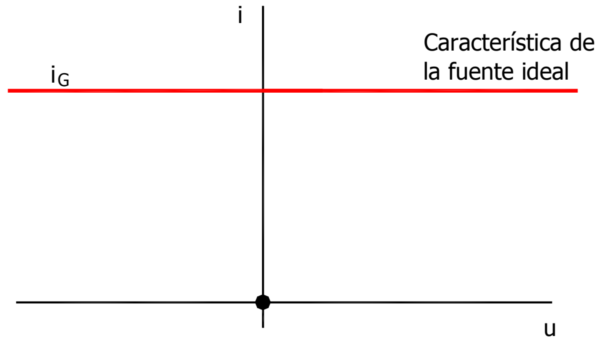
FUENTE DE INTENSIDAD IDEAL

Una fuente ideal de corriente sería un elemento activo capaz de producir corriente eléctrica con independencia de la tensión existente en sus bornes.

La figura representa el esquema de una fuente ideal de intensidad:



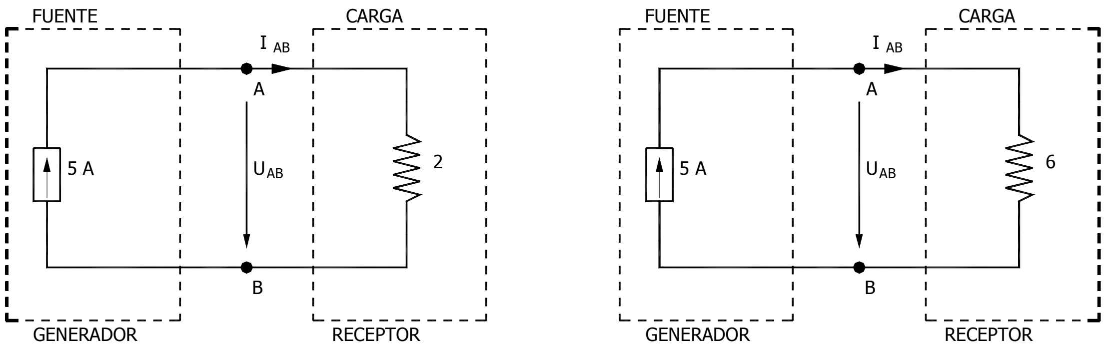
La flecha interior al rectángulo indica el sentido de la corriente para el instante de referencia. La característica **i-u** para un instante de tiempo determinado, **t**, será:



La ecuación característica de la fuente es **i(t)**, que es independiente de la tensión entre sus terminales, aunque ésta si que depende del circuito exterior.

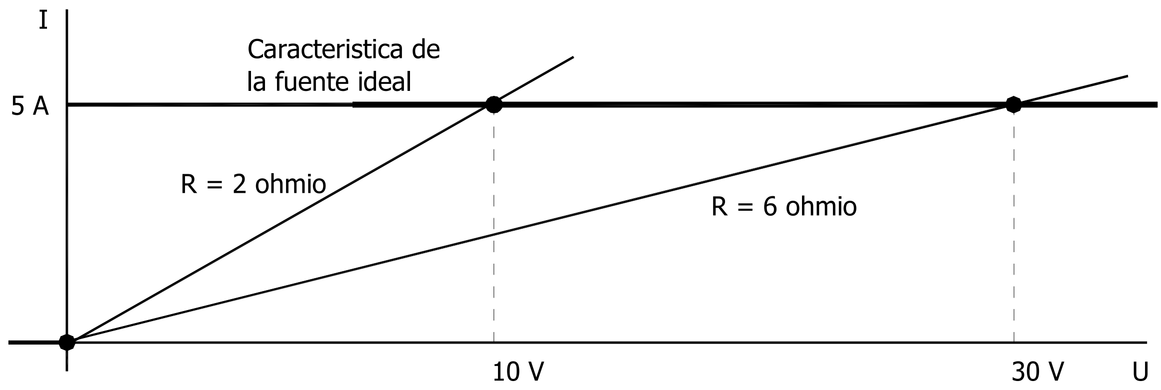
Una fuente cuya intensidad es constantemente nula es equivalente a un circuito abierto.

Ejemplo: Calcular la tensión $\mathbf{U_1}$ y $\mathbf{U_2}$ entre los terminales de la fuente de intensidad de 5 A en los circuitos que se representan en las figuras.



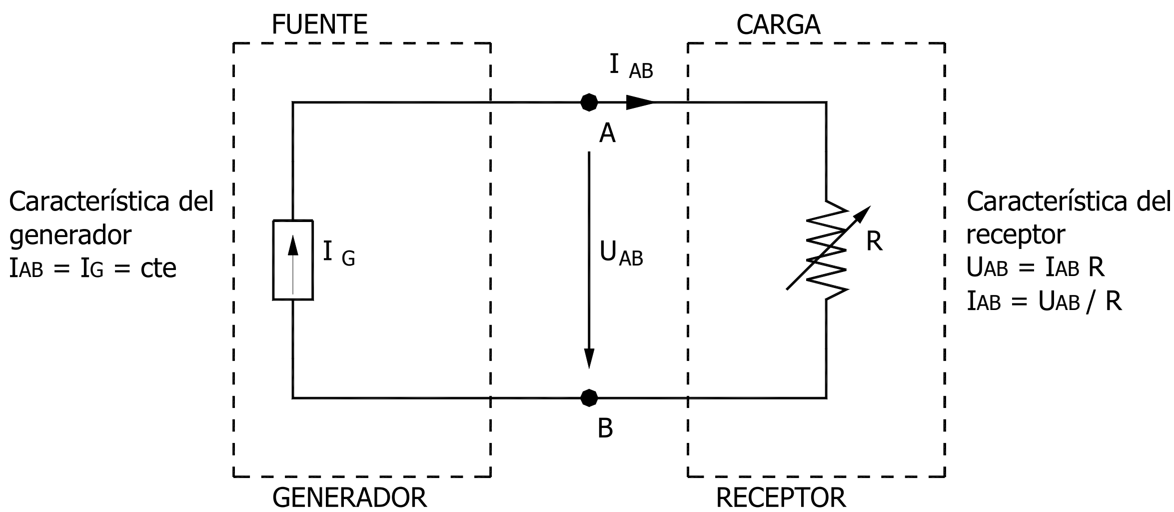
En ambos casos, la tensión entre terminales de la fuente de intensidad coincide con la tensión de la resistencia. por tanto

a) $U_1 = 5 \times 2 = 10$ V
b) $U_2 = 5 \times 6 = 30$ V



FUENTE REAL DE INTENSIDAD

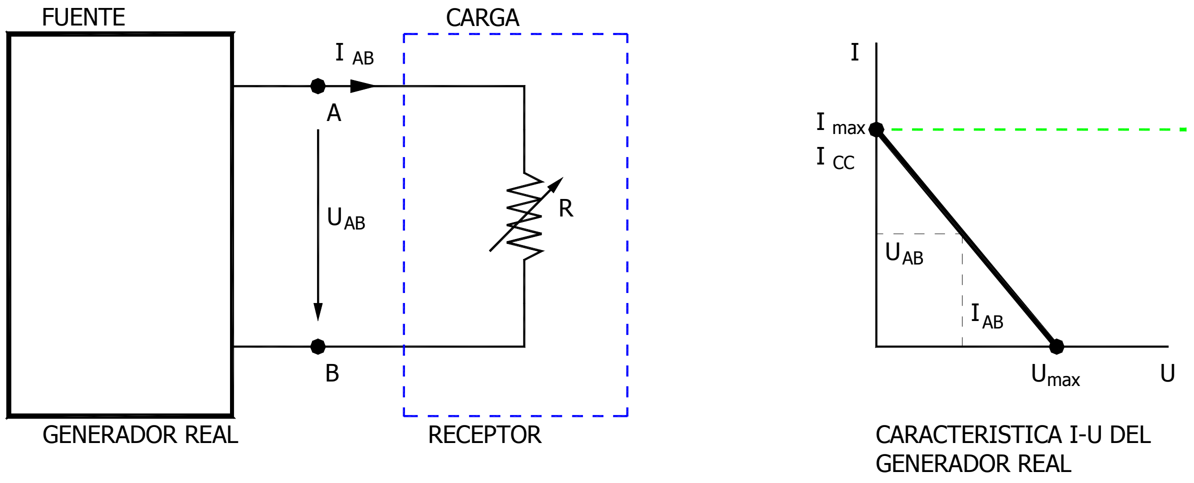
Supongamos una fuente ideal de intensidad constante en el tiempo que se conecta a una resistencia variable. La tensión en bornes de la resistencia será: $U_{AB} = I_{AB}$ R
Supongamos una fuente de intensidad ideal constante en el tiempo que se conecta en paralelo a una resistencia variable. La tensión en bornes de la resistencia vendrá dada por la ecuación característica de la resistencia (ley de Ohm): **u(t) = i(t)R**, si **i(t) = I** es cte la tensión también será constante **u(t)= U** y se tendrá que $\mathbf{U_{AB}=I_{AB}\ R}$



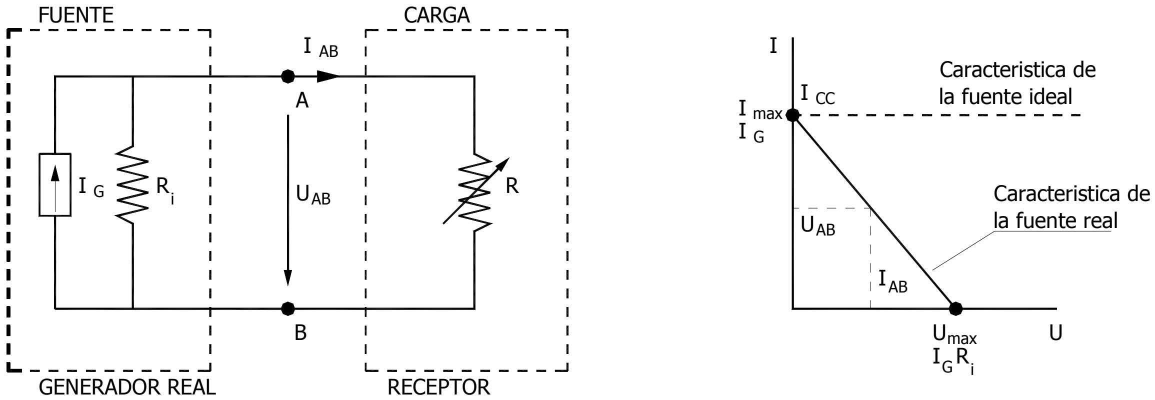
Si se hace **R** cada vez más grande, **U** aumentará progresivamente y si **R = ∞** , **U = ∞**. Pero ello sería a costa de una fuente que diese una potencia infinita lo cual no es posible en la vida real.

$$P_{AB} = U_{AB} \cdot I_{AB} = U_{AB} \cdot I_G = \infty \cdot cte = \infty$$

Por consiguiente las fuentes reales de intensidad no tienen la misma característica **i-u** que una ideal (pues no existe ninguna fuente de intensidad que mantenga una corriente I_{AB} independiente de la tensión en sus bornes). Si utilizamos aparatos de medida para obtener la curva i-u de un generador de corriente continua obtendremos que la característica es una recta como la de la figura siguiente.



Esta característica es idéntica a la de una fuente de intensidad ideal en paralelo con una resistencia (ya se verá más adelante), luego nuestro generador real será equivalente a estos dos elementos en paralelo.



Los parámetros característicos de estos elementos se obtiene a partir de los puntos de corte con los ejes de la curva i-u real.

Si $R = \mathbf{0}$, $I_{AB} = I_{MAX}$ –> $I_G = I_{MAX} = I_{AB}$

Si $R = \boldsymbol{\infty}$, $I_{AB} = 0$, $U_{AB} = \mathbf{U_{MAX}}$ –> $U_{AB} = I_{\mathbf{G}} R_i$ –> $\mathbf{R_i = U_{MAX} / I_G}$

o sea, a medida que **R** disminuye se produce tensiones más pequeñas, hasta que R = 0 que es equivalente a un cortocircuito, en este caso $U_{AB} = 0$ y la intensidad que atraviesa la resistencia es la máxima posible, que corresponde con la característica de la fuente interna ideal $I_G = I_{MAX}$. Si **R** –> ∞ la tensión en bornes de la fuente no tiende a infinito y su valor es el máximo que se puede obtener de la fuente es lo que se denomina tensión a circuito abierto, $U_{AB} = \mathbf{U_{MAX}}$, de donde se podrá obtener el parámetro característico de la resistencia interna de la fuente real, $R_i = \mathbf{U_{MAX} / I_G}$.

Si aplicamos la 1ª ley de Kirchhoff entre AB, se obtendrá la característica i-u del generador real que será:

$$I_{AB} = I_G - U_{AB} / R_i = f(U_{AB}) \text{ o también,}$$

$$U_{AB} = (I_G - I_{AB}) R_i = f(I_{AB})$$

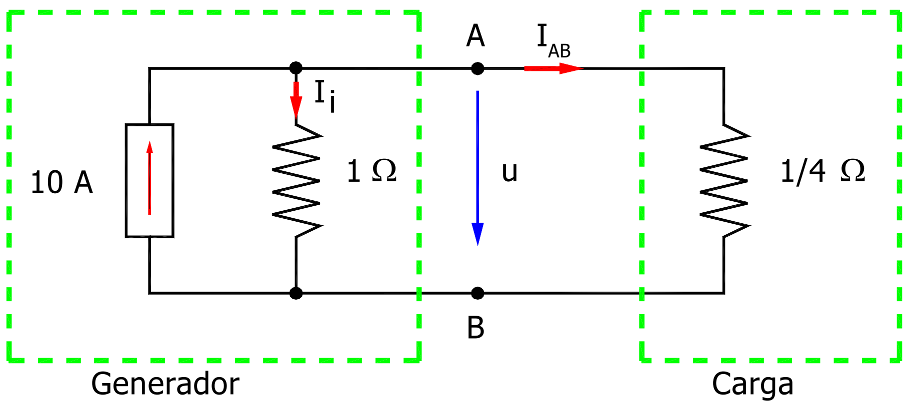
Si $\mathbf{R_i}$ aumenta, $\mathbf{U_{AB}/R_i}$ disminuye, por lo que la pendiente de la recta irá disminuyendo y cuando $\mathbf{R_i}$ **-->** ∞, la recta será paralela al eje de abscisas, entonces $\mathbf{I_{AB} = I_G}$ para cualquier **U**, estamos en el caso de fuente ideal de intensidad, o sea, una fuente real de corriente se aproxima en su funcionamiento a una fuente ideal cuanto mayor sea su resistencia interna frente a la resistencia de la carga.

Para este tipo de fuente y carga, se cumple:

$$U_{AB} = I_G \cdot \frac{R \cdot R_i}{R + R_i}$$

$$I_{AB} = I_G \cdot \frac{R_i}{R + R_i}$$

Ejemplo: Hallar la tensión en los extremos de la resistencia de carga conectada a la fuente real de intensidad del circuito representado en la figura.



$$I_{AB} = I \frac{R_i}{R + R_i} = 10 \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} = 8 \text{ A}$$

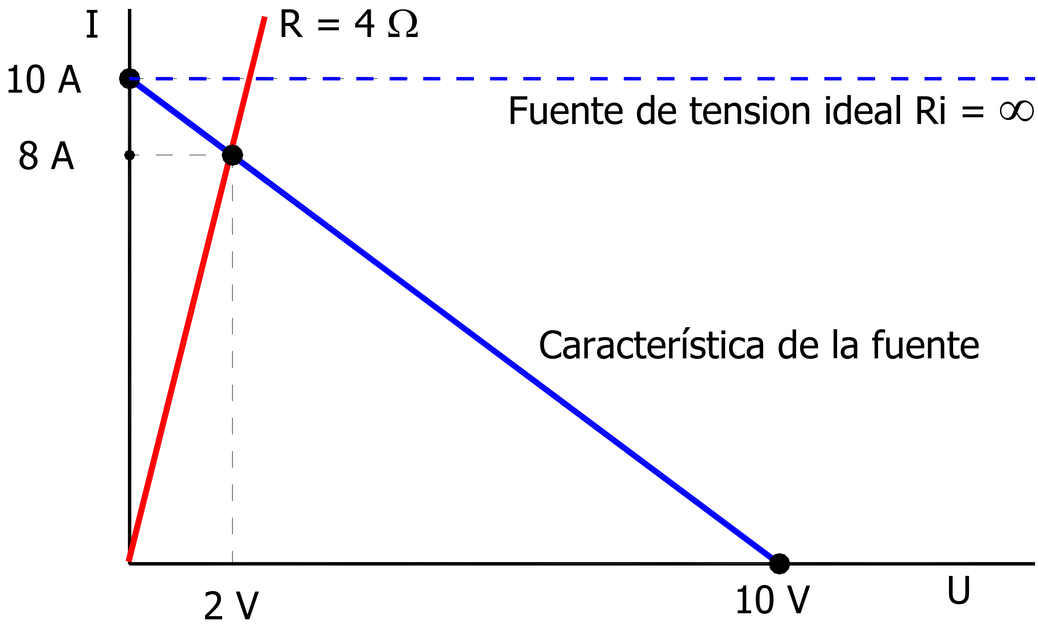
$$U_{AB} = I_{AB} \cdot R = \frac{8}{4} = 2 \text{ V}$$

también se hubiera podido hallar por: $U_{AB} = \dfrac{I}{\dfrac{1}{R_i} + \dfrac{1}{R}} = \dfrac{10}{1 + 4} = 2 \text{ V}$

Haciendo R = 1 Ω se obtiene U_{AB} = 5 V, es decir, al aumentar el valor de la resistencia de carga, la tensión en los extremos de la fuente real aumenta.

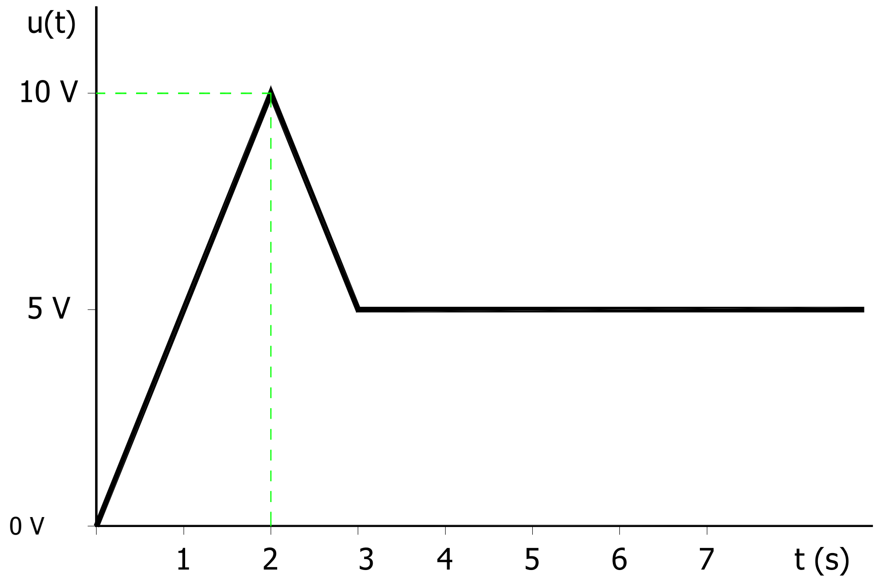
Si R = ∞, U = 10/1 = 10 V que es la máxima tensión que es capaz de dar la fuente real.

En una fuente de intensidad real la intensidad de la corriente disminuye a medida que aumenta la tensión que hay en sus bornes.



PROBLEMA:

Un condensador de 0,5 F tiene aplicada a sus armaduras la tensión representada en la figura siguiente.



Se pide:

1.- Intensidad de la corriente resultante que circula por él.
2.- Potencia absorbida o cedida por el condensador
3.- Energía almacenada

Solución:

1.- La ecuación de definición del condensador es: $i(t) = C\ du/dt$

por lo que, para el tiempo transcurrido entre 0 y 2 s: $t \in (0,2)$

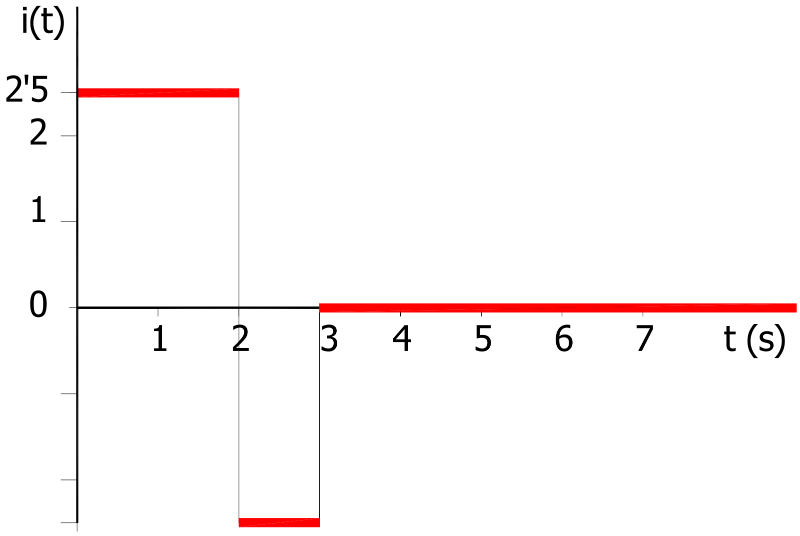
$$u(t) = 5t$$
$$i(t) = C\frac{du}{dt} = 0{,}5 \times 5 = 2{,}5\ \text{A}$$

para el tiempo transcurrido entre 2 y 3 s: $t \in (2,3)$

$$u(t) = -5t + 20$$
$$i(t) = C\frac{du}{dt} = 0{,}5 \times (-5) = -2{,}5\ \text{A}$$

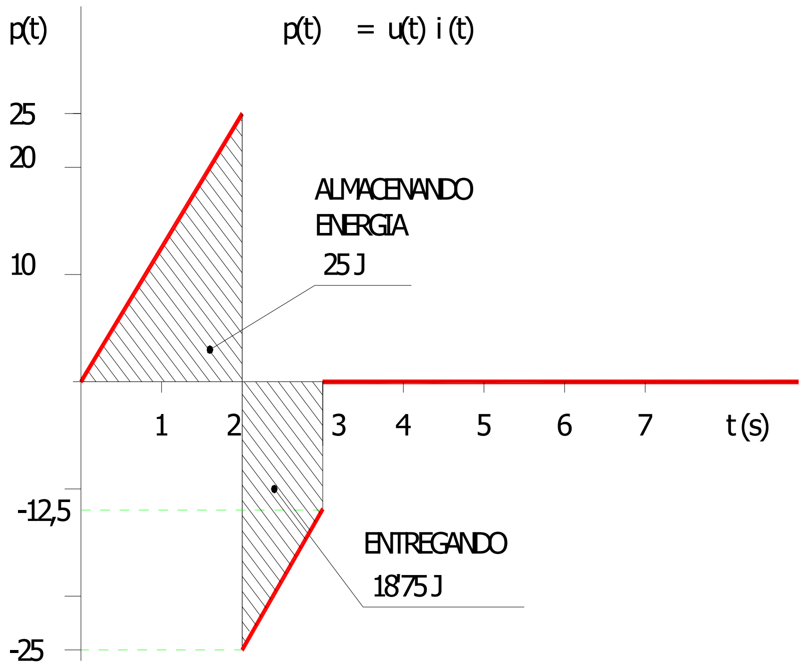
Cuando el tiempo es mayor de 3 s, la tensión se estabiliza y no circulará intensidad por el condensador.

Solamente circula intensidad por él cuando hay variación de la tensión.



Nota: Recordamos que ete problema no concuerda con la realidad pues el cambio brusco de pendiente que hay en los puntos t=2 s y t=3 s es imposible en la practica. Esto nos lleva a que la intensidad pase de 2,5A a -2,5 A bruscamente lo cual no puede ser.

2.- La potencia es el producto de la tensión por la intensidad, si la representamos:



3.- La energía almacenada solo depende de la tensión en los instantes considerados. Para t $\in$ (0,2) la energía almacenada será:

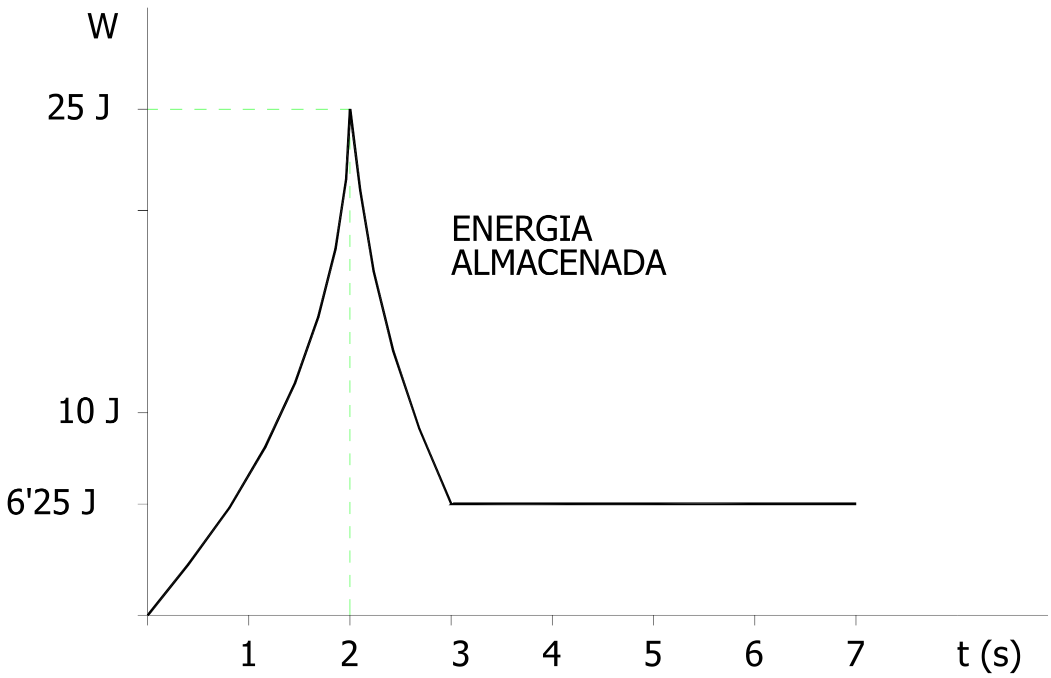
$$W = \int_{u(0)=0}^{u(2)=10} C\,u(t)\,du = \left[\frac{1}{2}\,C\,u^2\right]_0^{10} = \frac{1}{2} \times 0,5 \times 10^2 = 25\ J$$

En el período de tiempo $t \in (2,3)$ el condensador ha entregado:

$$W = \int_{u(2)=10}^{u(3)=5} C\,u(t)\,du = \left[\frac{1}{2}\,C\,u^2\right]_{10}^{5} = \frac{1}{2} \times 0,5 \times 5^2 - \frac{1}{2} \times 0,5 \times 10^2 = 6,25 - 25 = -18,75\ J$$

La energía que queda almacenada en el campo eléctrico del condensador será:

W= 25 - 18,75 = 6,25 J

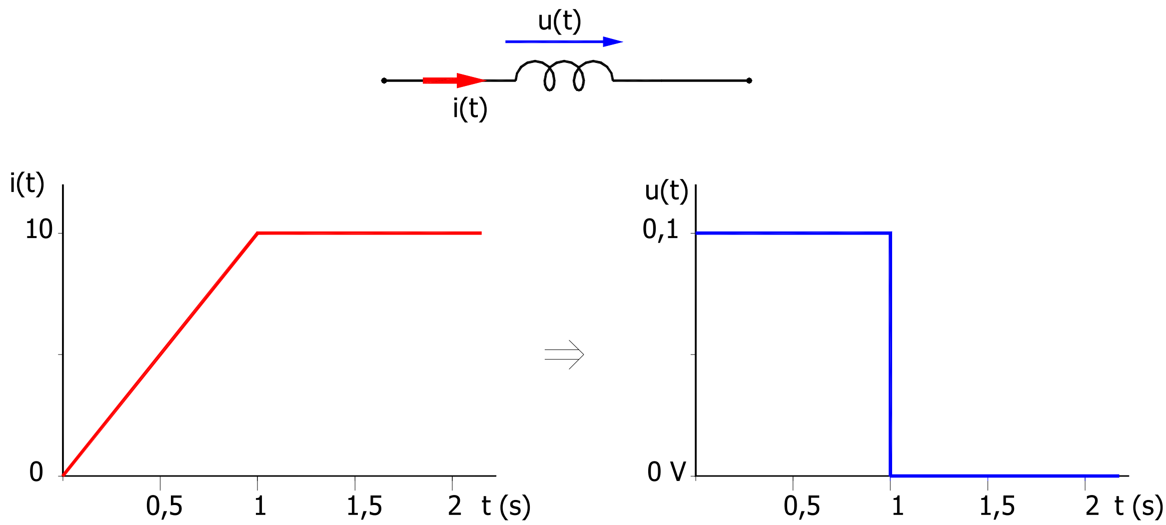


Intervalo	Excitación	Respuesta	Tensión al final del intervalo	Energía almacenada al final del intervalo
0-2	$u(t) = 5t$	$i(t) = 2,5$ A	10 V	$W = 0,5\ C\ u^2 = 25$ J
2-3	$u(t) = -5t + 20$	$i(t) = -2,5$ A	5 V	$W = 0,5\ C\ u^2 = 6,25$ J
>3	$u(t) = 5$	$i(t) = 0$ A	5 V	$W = 0,5\ C\ u^2 = 6,25$ J

PROBLEMA:

A una bobina se le aplica la onda de señal representada en la figura de la izquierda y obtenemos por respuesta otra onda de señal, la dibujada en la figura de la derecha. Se pide:

1.- Parámetro característico de la bobina
2.- Energía almacenada al cabo de un segundo.



Solución:

1.- La ecuación matemática que define la bobina es: $u = \mathbf{L}\dfrac{di}{dt}$

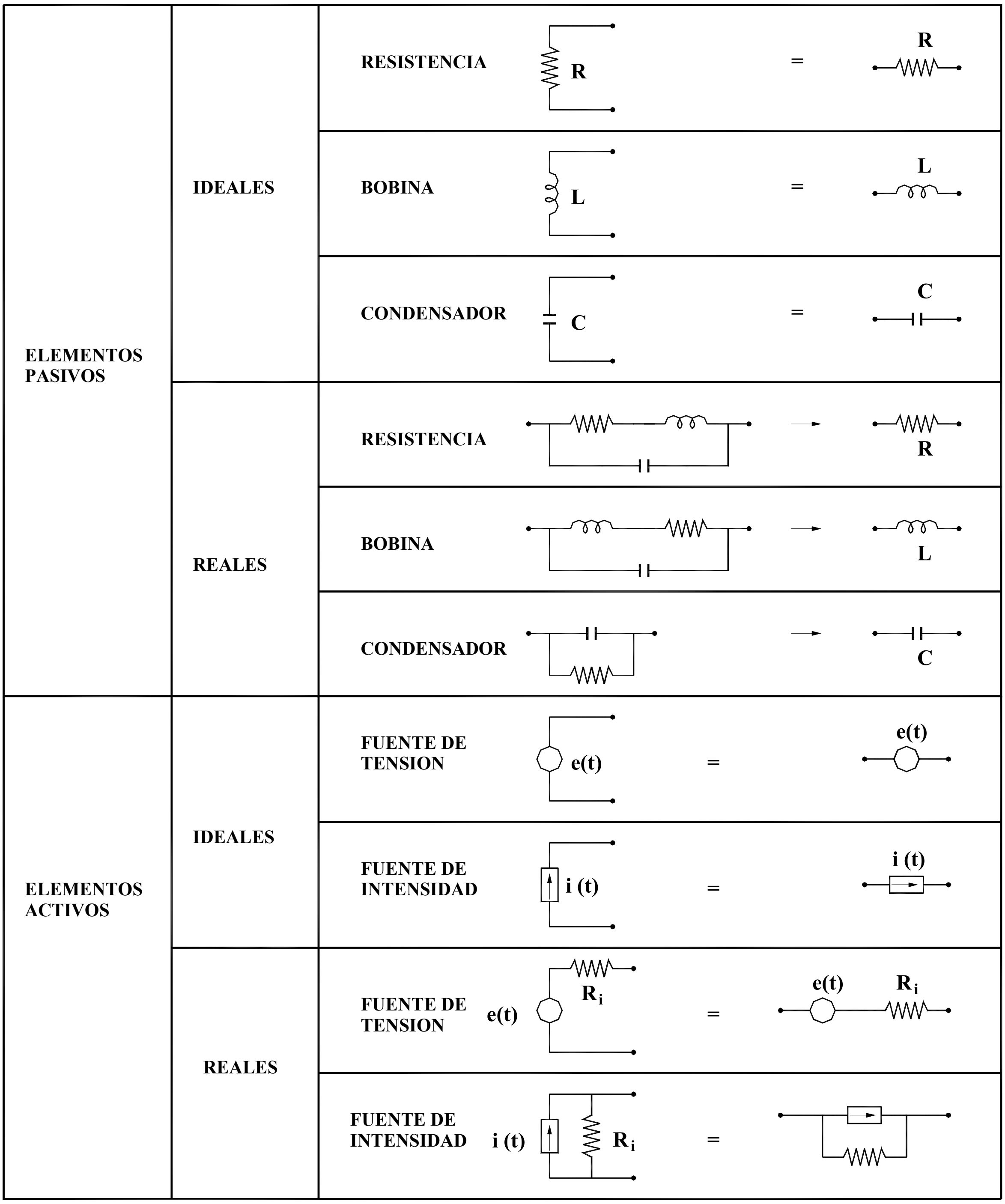
para t ε (0,1) s se tiene que: i(t) = 10 t A y u(t) = 0,1 V por lo que sustituyendo valores en la ecuación de definición se tendrá: 0,1 = **L**·10

esto implica que la inductancia valdrá: **L** = 0,1/10 = 0,01 H

2.- La energía almacenada en 1 s será:

$$W = \int_{i(0)=0}^{i(1)=10} L\, i(t)\, di = \left[\frac{1}{2} L\, i^2\right]_0^{10} = \frac{1}{2} \times 0'01 \times 10^2 = \frac{1}{2}\ J$$

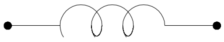
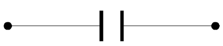
REPRESENTACIÓN DE LOS ELEMENTOS

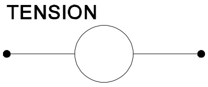
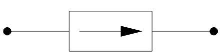


RESISTENCIA	R	CONSUME ENERGÍA AL PASO DE UNA CORRIENTE
BOBINA	L	ALMACENA ENERGÍA EN SU CAMPO MAGNÉTICO PRODUCIDO POR LA CORRIENTE QUE LA RECORRE
CONDENSADOR	C	ALMACENA ENERGÍA EN SU CAMPO ELÉCTRICO CUANDO ESTE ALMACENA CARGAS ELÉCTRICAS

CUADROS RESUMEN

Ecuaciones de los elementos: Condiciones impuestas a los elementos

Elemento	Respuesta a una excitación **u**	Respuesta a una excitación **i**	Energía absorbida o cedida en un intervalo de tiempo t (u(0)=0 , i(0)=0)
RESISTENCIA  R	$i = \frac{u}{R}$	$u = i\,R$	$w = R \int i^2 dt$
BOBINA  L	$i = \int \frac{1}{L} u\,dt$	$u = L\frac{di}{dt}$	$w = \frac{1}{2} L\,i^2$
CONDENSADOR  C	$i = C\frac{du}{dt}$	$u = \int \frac{i}{C} dt$	$w = \frac{1}{2} C\,u^2$

Elemento	Parámetro Característico		Anulación de la fuente
FUENTE DE TENSION  e	e(t)	e(t) es independiente de la intensidad que recorre el elemento	e(t)=0 <--> Cortocircuito
FUENTE DE INTENSIDAD  i	i(t)	i(t) es independiente de la tensión en bornes del elemento	i(t)=0 <--> Circuito abierto