

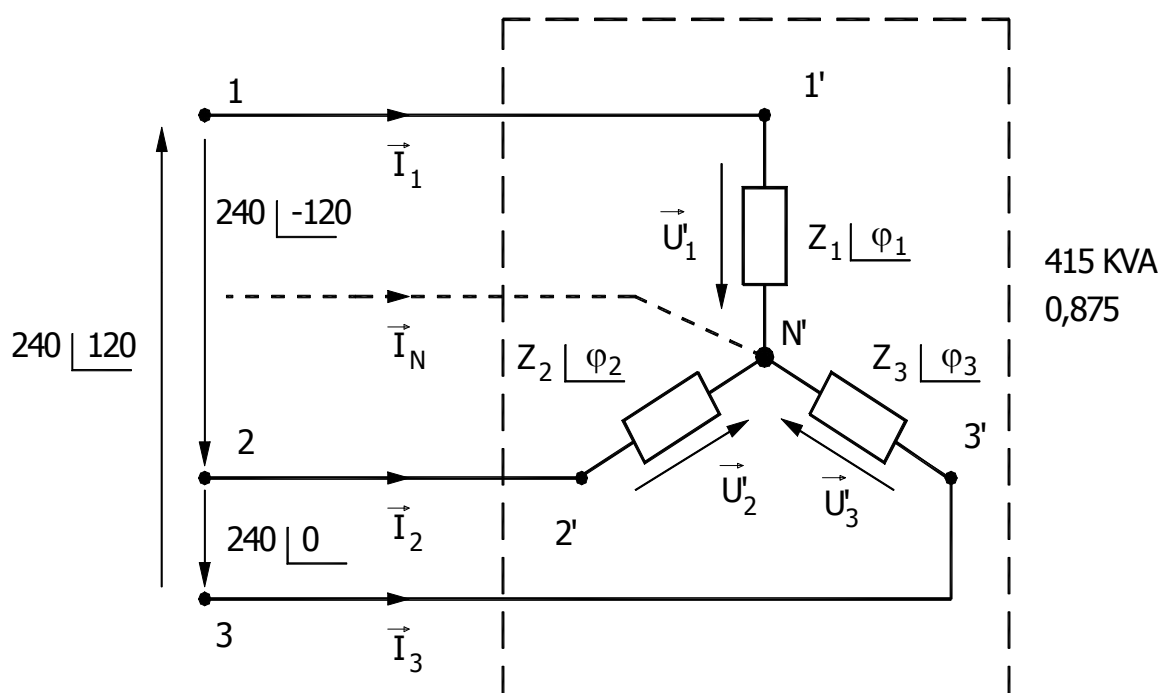
## Problema:

Una industria absorbe 415 kVA (con f.d.p. = 0,875 en retraso) de una red trifásica de 240 V en un momento determinado. Si suponemos la industria equilibrada en cargas, calcular:

- La impedancia por fase de la planta.
- El ángulo de desfase entre la tensión y la intensidad de fase.
- El diagrama vectorial completo.

## Solución:

- Suponemos la planta eléctricamente equivalente a una conexión en estrella de tres impedancias idénticas  $\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \bar{Z}_3 = \bar{Z}$ .



La tensión por fase es:  $U_F = 240 / \sqrt{3} = 138,564 \text{ V}$ .

A partir de la fórmula de la potencia aparente de una carga trifásica equilibrada, podemos despejar la intensidad de línea,  $I_L = S / (\sqrt{3} U_L)$ , y en el caso de la estrella  $I_F = I_L$ , por lo que la corriente por fase es:  $I_F = I_L = S / (\sqrt{3} U_L) = 415000 / (1,732 \times 240) = 1140,954 \text{ A}$ .

La impedancia por fase es:  $Z = U_F / I_F = 138,564 / 1140,954 = 0,1214 \Omega$ .

- El ángulo de desfase entre las tensiones simples (138,564 V) y las correspondientes intensidades de línea (1141 A) viene dado por:  $\cos \varphi = 0,875 \rightarrow \varphi = 28,955^\circ$ .

La corriente en cada fase retrasa  $29^\circ$  respecto a su tensión.

La impedancia compleja por fase vale:  $\bar{Z} = 0,12 \underline{29^\circ}$

c) El diagrama vectorial completo es el de la figura siguiente. En la práctica se representaría una fase solamente.

Las intensidades de línea son:  $\bar{I}_1 = 1141 \angle 90^\circ - 29^\circ = 1141 \angle 61^\circ$

$\bar{I}_2 = 1141 \angle -30^\circ - 29^\circ = 1141 \angle -59^\circ$

$\bar{I}_3 = 1141 \angle -150^\circ - 29^\circ = 1141 \angle -179^\circ$

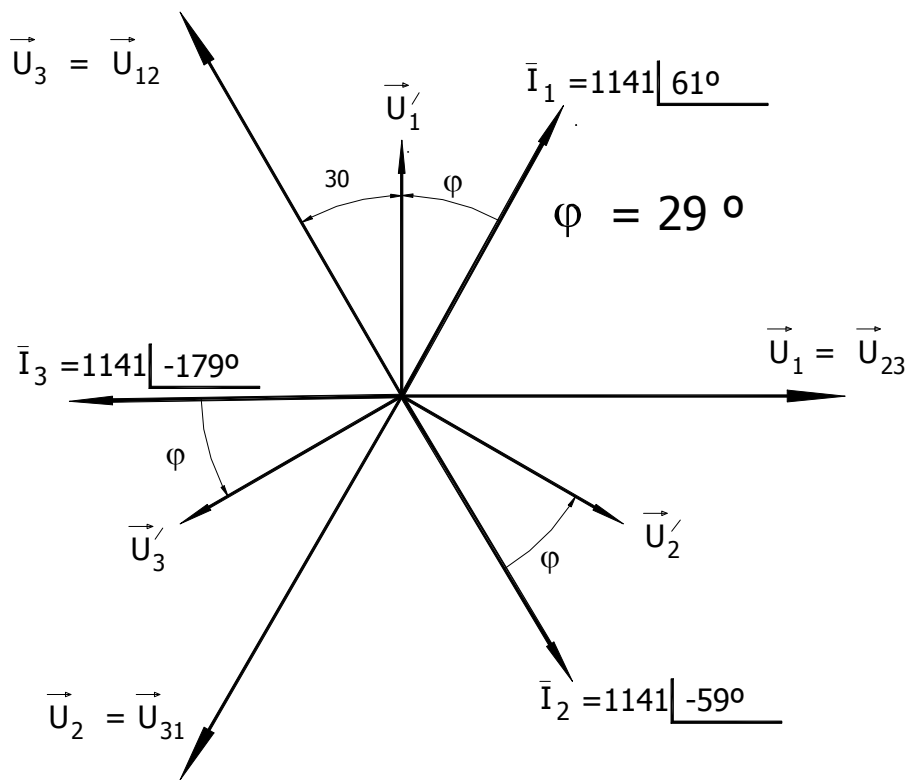
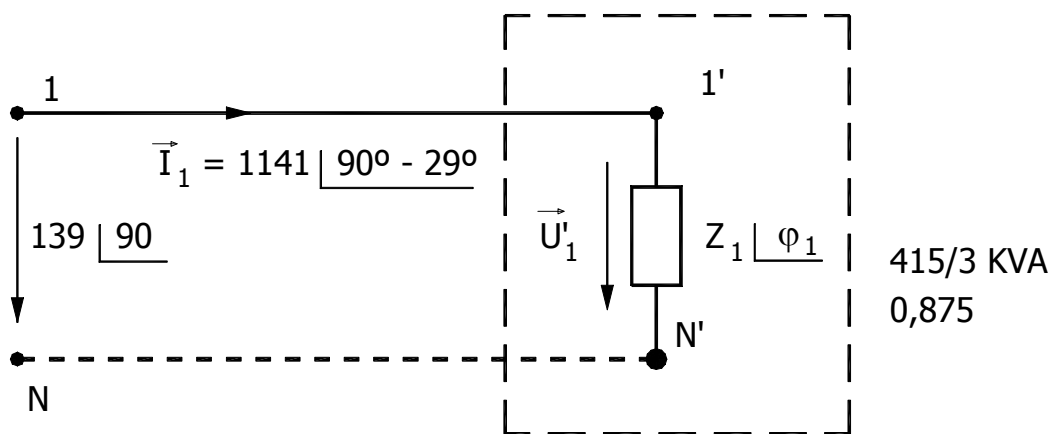


Diagrama de tensiones e intensidades.



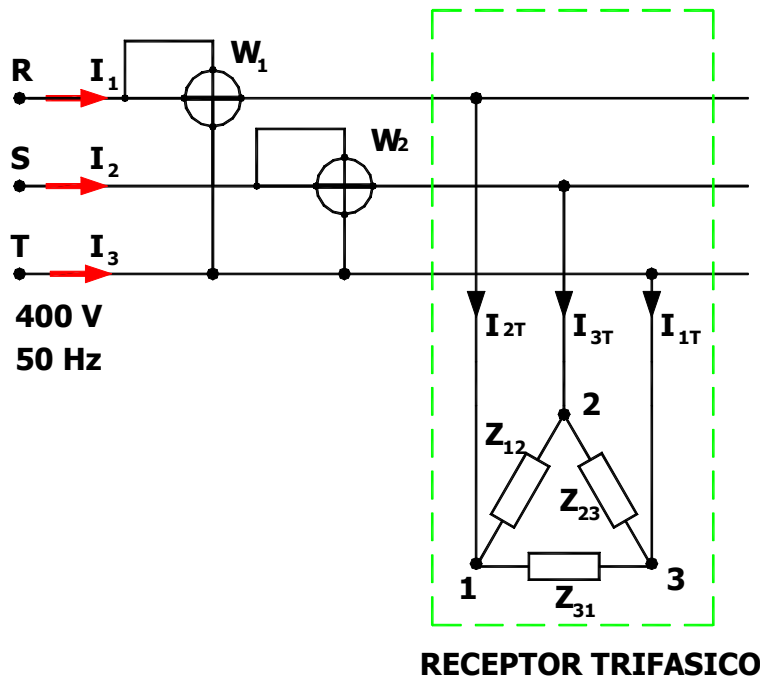
Esquema monofásico equivalente

**Ejercicio:** Determinar las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$  cuando la impedancia de cada una de las cargas conectadas en triángulo a la red trifásica de la figura sean:

$$a) \bar{Z}_{12} = \bar{Z}_{23} = \bar{Z}_{31} = \bar{Z} = 1 + j\sqrt{3}$$

$$b) \bar{Z}_{12} = \bar{Z}_{23} = \bar{Z}_{31} = \bar{Z} = \sqrt{3} + j$$

Comprobar los resultados. Nota:  $U_L = 400 \text{ V}$ .



**Solución:**

a) Si  $\bar{Z} = 1 + j\sqrt{3}$  en forma cartesiana, en forma polar será:  $\text{tg } \varphi = \sqrt{3}$ ,  $\varphi = 60^\circ$ ,  $Z = 2 \Omega$  y por tanto  $\bar{Z} = 2 \angle 60^\circ$ .

Las intensidades de fase en la carga serán:

$$\bar{I}_{12} = \frac{\bar{U}_{12}}{\bar{Z}_{12}} = \frac{400 \angle 120^\circ}{2 \angle 60^\circ} = 200 \angle 60^\circ$$

$$\bar{I}_{23} = \frac{\bar{U}_{23}}{\bar{Z}_{23}} = \frac{400 \angle 0^\circ}{2 \angle 60^\circ} = 200 \angle -60^\circ$$

$$\bar{I}_{31} = \frac{\bar{U}_{31}}{\bar{Z}_{31}} = \frac{400 \angle -120^\circ}{2 \angle 60^\circ} = 200 \angle -180^\circ$$

y por tanto, los fasores de las intensidades de las corrientes de línea serán:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{12} - \bar{I}_{31} = 200 \angle 60^\circ - 200 \angle 180^\circ = 200\sqrt{3} \angle 30^\circ$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{23} - \bar{I}_{12} = 200 \angle -60^\circ - 200 \angle 60^\circ = 200\sqrt{3} \angle -90^\circ$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_{31} - \bar{I}_{23} = 200 \angle -180^\circ - 200 \angle -60^\circ = 200\sqrt{3} \angle -210^\circ$$

Las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$  resultarán, en consecuencia:

$$W_1 = U_{13} I_1 \cos(\bar{U}_{13}, \bar{I}_1) = 400 \times 200 \times \sqrt{3} \cos(30^\circ) = 120000 \text{ W}$$

$$W_2 = U_{23} I_2 \cos(\bar{U}_{23}, \bar{I}_2) = 400 \times 200 \times \sqrt{3} \cos(90^\circ) = 0 \text{ W}$$

Con lo que:  $P_T = W_1 + W_2 = 120.000 \text{ W}$  Como comprobación se tendrá:

$$P_T = 3 P_F = 3 (I_{12})^2 R_{12} = 3 \times 200^2 \times 1 = 120000 \text{ W}$$

o bien:  $P_T = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi = \sqrt{3} \times 400 \times 200 \times 0,5 = 120000 \text{ W}$

**b)** En este supuesto:  $\bar{Z} = \sqrt{3} + j$  en forma cartesiana, en forma polar será :  $\text{tg } \varphi = 1/\sqrt{3}$  ,  $\varphi = 30^\circ$  ,  $Z = \sqrt{3+1} = 2 \Omega$  y por tanto  $\bar{Z} = 2 \angle 30^\circ$  .

Las intensidades de fase y línea serán:  $I_F = U_L/Z = 400/2 = 200 \text{ A}$  e  $I_L = \sqrt{3} I_F = 200\sqrt{3} \text{ A}$

y los fasores de las intensidades de las corrientes de línea tendran por expresión:

$$\bar{I}_1 = 200\sqrt{3} \angle 90 - 30^\circ = 200\sqrt{3} \angle 60^\circ$$

$$\bar{I}_2 = 200\sqrt{3} \angle -30 - 30^\circ = 200\sqrt{3} \angle -60^\circ$$

$$\bar{I}_3 = 200\sqrt{3} \angle -150 - 30^\circ = 200\sqrt{3} \angle -180^\circ$$

Las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$  serán en estas nuevas condiciones:

$$W_1 = U_{13} I_1 \cos(\bar{U}_{13}, \bar{I}_1) = 400 \times 200 \times \sqrt{3} \cos(0^\circ) = 80000\sqrt{3} \text{ W}$$

$$W_2 = U_{23} I_2 \cos(\bar{U}_{23}, \bar{I}_2) = 400 \times 200 \times \sqrt{3} \cos(60^\circ) = 40000\sqrt{3} \text{ W}$$

$$\text{Con lo que: } P_T = W_1 + W_2 = 80000\sqrt{3} + 40000\sqrt{3} = 120000\sqrt{3} \text{ W}$$

$$\text{Como comprobación: } P_T = 3 P_F = 3 (I_F)^2 R = 3 \times 200^2 \times \sqrt{3} = 120000\sqrt{3} \text{ W}$$

o bien:  $P_T = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi = \sqrt{3} \times 400 \times 200\sqrt{3} \times \sqrt{3}/2 = 120000\sqrt{3} \text{ W}$

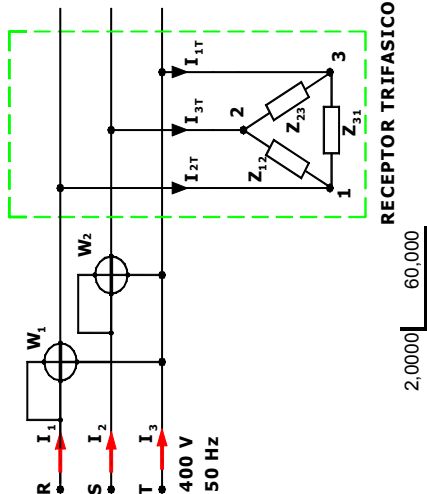
Para el supuesto **(a)** se comprueba asimismo que:

$$\text{tg } (\varphi) = \sqrt{3} \frac{W_1 - W_2}{W_1 + W_2} = \sqrt{3} \frac{120000 - 0}{120000 + 0} = \sqrt{3}.$$

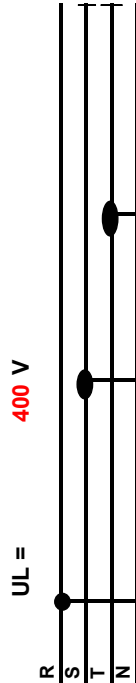
Para el supuesto **(b)**:

$$\text{tg } (\varphi) = \sqrt{3} \frac{W_1 - W_2}{W_1 + W_2} = \sqrt{3} \frac{80000\sqrt{3} - 40000\sqrt{3}}{80000\sqrt{3} + 40000\sqrt{3}} = \sqrt{3} \frac{40000\sqrt{3}}{120000\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

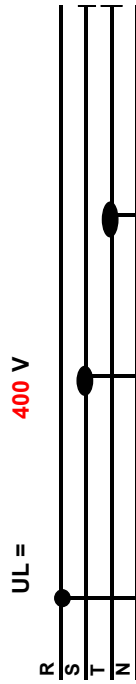
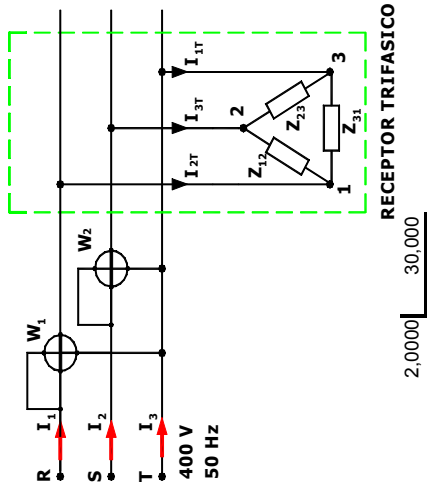
Ejercicio 2: 3/6/2010



Solución:

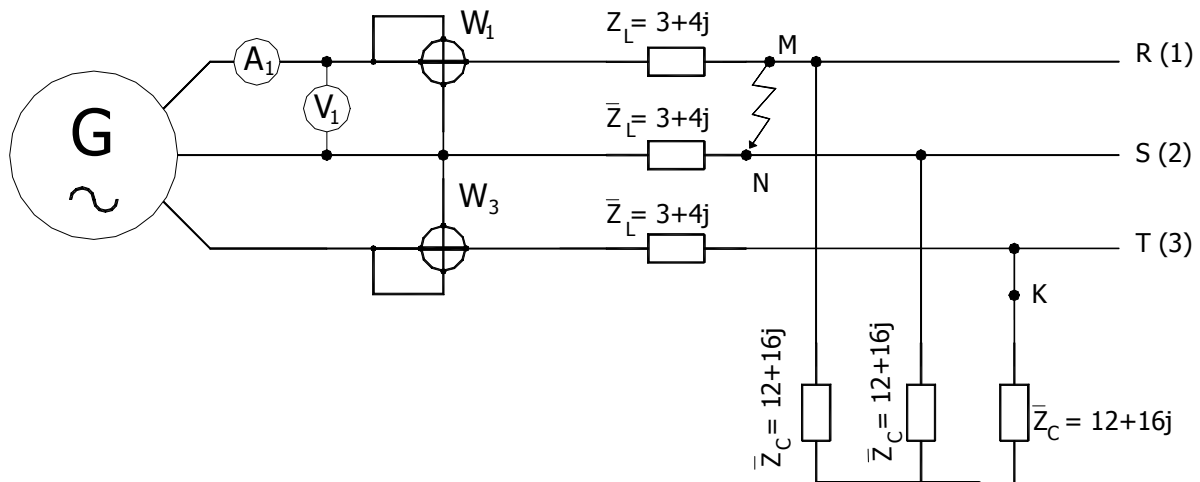


$P =$	120000 W	$\varphi =$	1,047198 rad
$f_{dp} =$	0,5	$\varphi =$	60 °
$UL =$	400 V	$P =$	120000 W
		$Q =$	207846,097 Var
		$S =$	240000 VA
		$IL =$	346,4102 A
		Carga en: Estrella	
		UF =	230,940108 V
		IF =	346,410162 A
		R =	0,33333333 $\Omega$
		X =	0,57735027 $\Omega$
		Z =	0,66666667 $\Omega$
		$I_1 =$	346,4102 $\angle$ 30,000 ° = 300,00 + 173,21 j
		$I_2 =$	346,4102 $\angle$ -90,000 ° = 0,00 + -346,41 j
		$I_3 =$	346,4102 $\angle$ -210,000 ° = -300,00 + 173,21 j
		$ZE =$	0,6667 $\angle$ 60,000 ° = 0,333333 + 0,577350269 j
		$ZT =$	2,0000 $\angle$ 60,000 ° = 1 + 1,732050808 j
		$S =$	240000,0000 $\angle$ 60,000 ° = 120000 + 207846,0969 j
		$W_1 =$	400,00 x 346,41 x 0,87 x = 120000,00 W
		$W_2 =$	400,00 x 346,41 x 0,00 x = 0,00 W
			<b><math>W_1 + W_2 = 120000,00 W</math></b>



$P =$	120000 W	$\varphi =$	0,523599 rad
$f_{dp} =$	0,8660254	$\varphi =$	30 °
$UL =$	400 V	$P =$	120000 W
		$Q =$	69282,0323 Var
		$S =$	138564,065 VA
		$IL =$	200 A
		Carga en: Estrella	
		UF =	230,940108 V
		IF =	200 A
		R =	1 $\Omega$
		X =	0,57735027 $\Omega$
		Z =	1,15470054 $\Omega$
		$I_1 =$	200,0000 $\angle$ 60,000 ° = 100,00 + 173,21 j
		$I_2 =$	200,0000 $\angle$ -60,000 ° = 100,00 + -173,21 j
		$I_3 =$	200,0000 $\angle$ -180,000 ° = -200,00 + 0,00 j
		$ZE =$	1,1547 $\angle$ 30,000 ° = 1 + 0,577350269 j
		$ZT =$	3,4641 $\angle$ 30,000 ° = 3 + 1,732050808 j
		$S =$	138564,0646 $\angle$ 30,000 ° = 120000 + 69282,0323 j
		$W_1 =$	400,00 x 200,00 x 1,00 x = 80000,00 W
		$W_2 =$	400,00 x 200,00 x 0,50 x = 40000,00 W
			<b><math>W_1 + W_2 = 120000,00 W</math></b>

**Ejercicio:** Se tiene un generador trifásico que alimenta una línea a  $U_L = 400 \sqrt{3} \text{ V}$ , siendo la impedancia por fase de la línea:  $\bar{Z}_L = 3 + 4j$  y la de la única carga conectada (en estrella):  $\bar{Z}_C = 12 + 16j$ , asimismo por fase.



Se pide:

- 1º) Lectura del amperímetro  $A_1$ .
- 2º) Lectura del voltímetro  $V_1$ .
- 3º) Se montan dos vatímetros según la conexión ARON y se desea saber en este caso, la lectura de cada uno de ellos.
- 4º) Potencia consumida por la carga.
- 5º) Si se rompe la línea por el punto "K", determinar las nuevas lecturas del amperímetro  $A_1$  y del voltímetro  $V_1$ .
- 6º) En estas nuevas condiciones hallar la potencia consumida por la carga.
- 7º) En las condiciones de los dos últimos apartados cae sobre la línea una rama de un árbol produciendo un cortocircuito entre M y N. Indicar la nueva lectura de  $A_1$  instantes antes de que funcione la protección automática.

**Solución:**

1º) El ángulo de desfase debido a la impedancia de la carga y a la de la línea será:

$$\varphi_C = \text{tg}^{-1}(4/3) \text{ con lo que: } \varphi_C = 53,13^\circ \text{ y } \cos(\varphi_C) = 3/5.$$

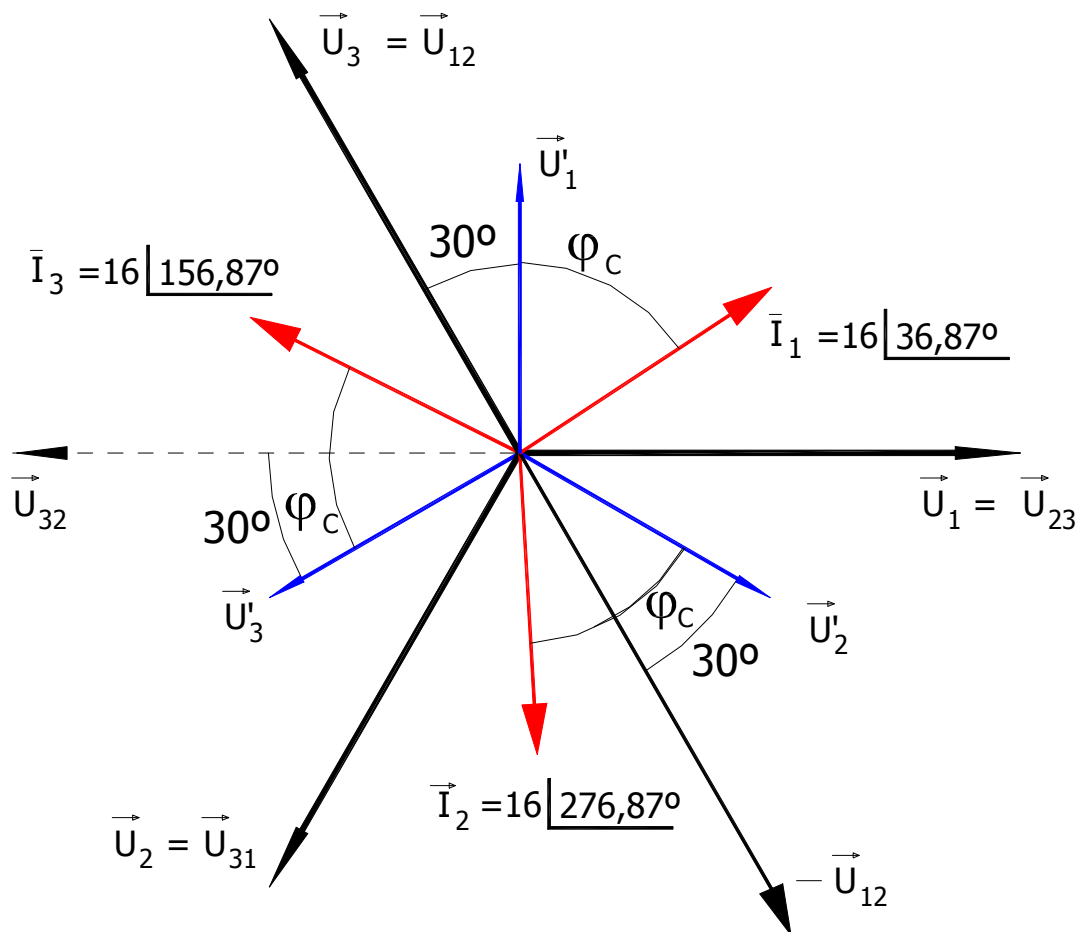
El fasor de la intensidad de la corriente de línea **R** será:

$$\bar{I}_1 = \frac{400 | 90^\circ}{(3+12) + j(4+16)} = \frac{400 | 90^\circ}{15 + 20j} = \frac{400 | 90^\circ}{25 | 53,13^\circ} = 16 | 36,87^\circ$$

con lo que la lectura de  $A_1$  será 16 AMPERIOS.

Las demas intensidades de línea valdrán:  $\bar{I}_2 = 16 \angle -30 - 53,13^\circ = 16 \angle -83,13^\circ$

$$\bar{I}_3 = 16 \angle -150 - 53,13^\circ = 16 \angle -203,13^\circ$$



2º) Evidentemente la lectura del voltímetro  $V_1$  será:  $400 \sqrt{3}$  voltios.

3º) Las lecturas de los vatímetros valdrán:

$$W_1 = U_{12} I_1 \cos(\bar{U}_{12}, \bar{I}_1) = 400\sqrt{3} \times 16 \times \cos(\varphi_C + 30) = 1325,95 \text{ W}$$

$$W_3 = U_{32} I_3 \cos(\bar{U}_{32}, \bar{I}_3) = 400\sqrt{3} \times 16 \times \cos(\varphi_C - 30) = 10194,05 \text{ W}$$

4º) La potencia consumida por la carga y pérdida en la impedancia de la línea será:

$$P_T = W_1 + W_3 = 1325,95 + 10194,05 = 11520 \text{ W}$$

La potencia perdida en la línea tendrá por valor:  $P_L = 3 R_L (I_L)^2 = 3 \times 3 \times 16^2 = 2304 \text{ W}$

La potencia absorbida por las cargas resulta:  $P_L = 3 R_C (I_F)^2 = 3 \times 12 \times 16^2 = 9216 \text{ W}$

y naturalmente:  $P_T = P_L + P_C = 2304 + 9216 = 11520 \text{ W}$

5º) La lectura del voltímetro es la misma que la indicada en el apartado 2º) o sea,  $400\sqrt{3}$  V.

El fasor de la corriente en la línea en la que se ha conectado el amperímetro  $A_1$ , será ahora:

$$\bar{I}'_1 = \frac{\bar{U}_{12}}{2(3+4j+12+16j)} = \frac{400\sqrt{3} \angle 120^\circ}{2(15+20j)} = 8\sqrt{3} \angle 68,87^\circ$$

y la nueva lectura del amperímetro  $A_1$  será:  $8\sqrt{3} = 13,856$  A

6º) La potencia consumida por las cargas vendrá dada por:

$$P'_C = 2(I'_1)^2 R_C = 2 \times 13,856^2 \times 12 = 4607,7 \text{ W}$$

o sea, la mitad de la absorbida cuando la línea no se había roto.

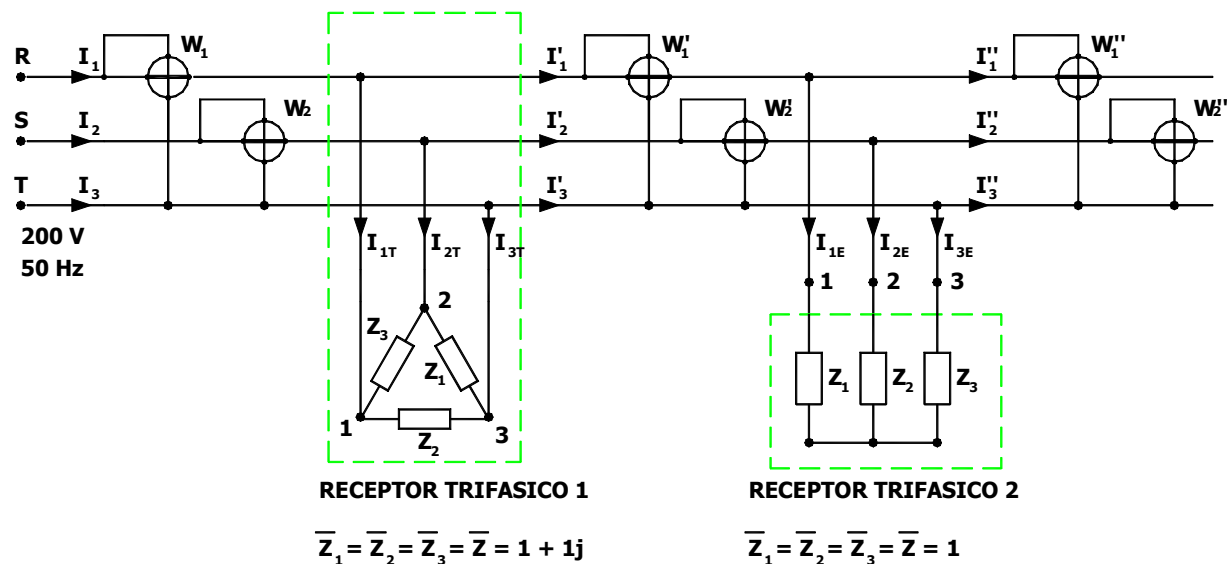
7º) La intensidad de la corriente en la línea (R) será en el supuesto considerado:

$$\bar{I}''_1 = \frac{\bar{U}_{RS}}{\bar{Z}_{RS}} = \frac{400\sqrt{3} \angle 120^\circ}{2(3+4j)} = \frac{400\sqrt{3} \angle 120^\circ}{10 \angle 53,13^\circ} = 40\sqrt{3} \angle 66,87^\circ$$

con lo que la lectura del amperímetro  $A_1$  sería ahora:  $40\sqrt{3} = 69,28$  A



**Ejercicio:** En una línea trifásica a 200 V se conectan, “eléctricamente contiguas” (ver figura) una carga trifásica equilibrada en triángulo, de impedancia individual:  $\bar{Z}_{R1} = 1 + j$  y otra carga, asimismo equilibrada, en estrella de naturaleza óhmica:  $\bar{Z}_{R2} = 1 + 0j$ . En un momento determinado queda fuera de servicio la resistencia óhmica de la fase 3. Indicar las lecturas de los vatímetros ( $W_1, W_2$ ), ( $W'_1, W'_2$ ), ( $W''_1, W''_2$ ). Comprobar los resultados.



### Solución:

La impedancia compleja de la carga conectada en triángulo vale:  $\bar{Z} = \sqrt{2} \angle 45^\circ = 1 + j$  por lo que las intensidades de fase en la carga en triángulo serán:

$$\bar{I}_{12} = \frac{\bar{U}_{12}}{\bar{Z}_{12}} = \frac{200 \angle 120^\circ}{\sqrt{2} \angle 45^\circ} = 100\sqrt{2} \angle 75^\circ$$

$$\bar{I}_{23} = \frac{\bar{U}_{23}}{\bar{Z}_{23}} = \frac{200 \angle 0^\circ}{\sqrt{2} \angle 45^\circ} = 100\sqrt{2} \angle -45^\circ$$

$$\bar{I}_{31} = \frac{\bar{U}_{31}}{\bar{Z}_{31}} = \frac{200 \angle -120^\circ}{\sqrt{2} \angle 45^\circ} = 100\sqrt{2} \angle -165^\circ$$

y por tanto, los fasores de las intensidades de las corrientes de línea del **receptor 1** serán:

$$\bar{I}_{1T} = \bar{I}_{12} - \bar{I}_{31} = 100\sqrt{2} \angle 75^\circ - 100\sqrt{2} \angle -165^\circ = 100\sqrt{6} \angle 45^\circ = 173,206 + 173,206j$$

$$\bar{I}_{2T} = \bar{I}_{23} - \bar{I}_{12} = 100\sqrt{2} \angle -45^\circ - 100\sqrt{2} \angle 75^\circ = 100\sqrt{6} \angle -75^\circ = 63,397 - 236,603j$$

$$\bar{I}_{3T} = \bar{I}_{31} - \bar{I}_{23} = 100\sqrt{2} \angle -165^\circ - 100\sqrt{2} \angle -45^\circ = 100\sqrt{6} \angle -195^\circ = -263,603 + 63,397j$$

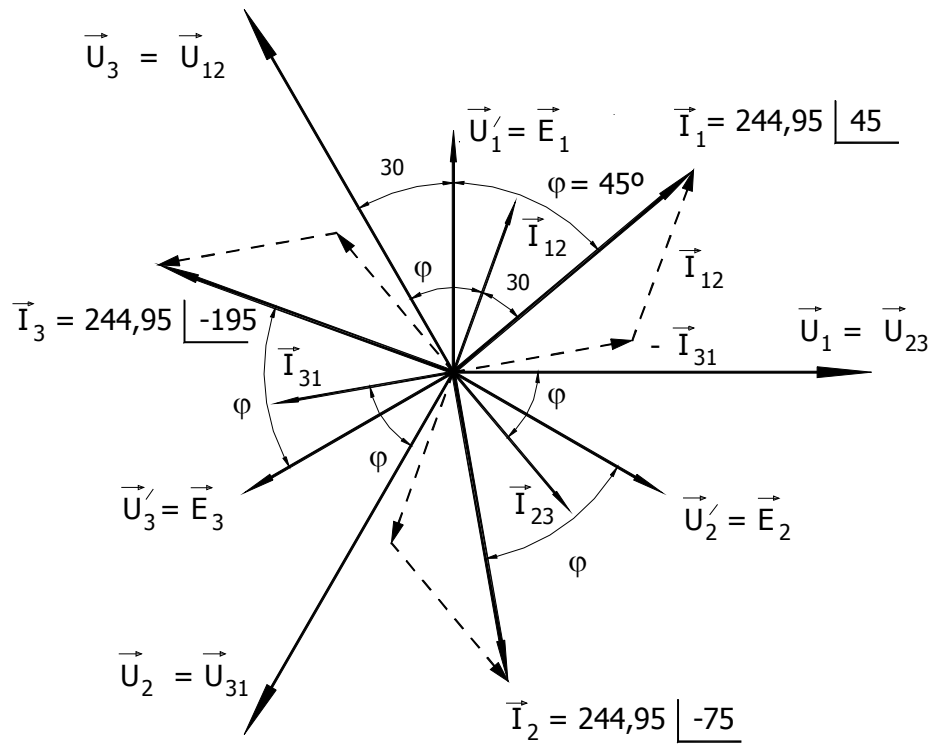


Diagrama vectorial de tensiones e intensidades del receptor I (carga en triangulo).

Por las cargas que permanecen en servicio de la carga en estrella circularán corrientes de intensidades:

$$\bar{I}_{12E} = \bar{I}_{1E} = \frac{200 \angle 120^\circ}{2 \angle 0^\circ} = 100 \angle 120^\circ = -50 + j 86,603$$

$$\bar{I}_{21E} = -\bar{I}_{12E} = \bar{I}_{2E} = 100 \angle 300^\circ = 50 - j 86,603.$$

Las intensidades de las corrientes totales en las líneas (1) y (2) valdrán, respectivamente:

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \bar{I}_{1T} + \bar{I}_{1E} = 244,95 \angle 45^\circ + 100 \angle 120^\circ = 173,206 + \\ &+ 173,206 j - 50 + 86,603 j = 123,205 + 259,808 j = 287,54 \angle 64,629^\circ. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_2 &= \bar{I}_{2T} + \bar{I}_{2E} = 63,397 - 236,603 j + 50 - 86,603 j = \\ &= 113,397 - 323,205 j = 342,521 \angle -70,666^\circ. \end{aligned}$$

Las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$  serán, en consecuencia:

$$W_1 = U_{13} I_1 \cos(\bar{U}_{13}, \bar{I}_1) = 200 \times 287,54 \cos(4,629^\circ) = 57320,42 \text{ W}$$

$$W_2 = U_{23} I_2 \cos(\bar{U}_{23}, \bar{I}_2) = 200 \times 342,521 \times \sqrt{3} \cos(70,666^\circ) = 22679,98 \text{ W}$$

siendo entonces:  $W_1 + W_2 = 57\,320,42 + 22\,679,98 = 80\,000,4 \text{ W}$

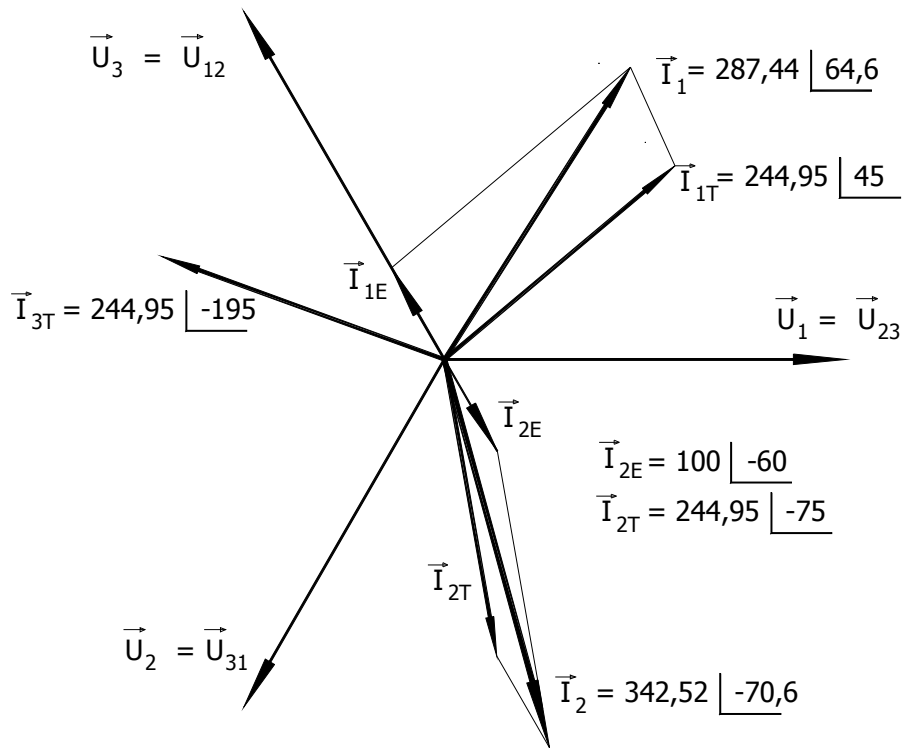


Diagrama vectorial de tensiones e intensidades de la instalación .

Las lecturas de los vatímetros  $W'_1$  y  $W'_2$  serán, por su parte:

$$W'_1 = U_{13} I_{1E} \cos(\bar{U}_{13}, \bar{I}_{1E}) = 200 \times 100 \times \cos(60^\circ) = 10000 \text{ W}$$

$$W'_2 = U_{23} I_{2E} \cos(\bar{U}_{23}, \bar{I}_{2E}) = 200 \times 100 \times \cos(60^\circ) = 10000 \text{ W}$$

con lo que:  $W'_1 + W'_2 = 20000 \text{ W}$

Por fin:  $W''_1 = W''_2 = 0 \text{ W}$ .

Como comprobación se tendrá:

- Potencia consumida por las cargas en Triángulo (Receptor trifásico 1):

$$P_T = 3 (100\sqrt{2})^2 \times 1 = 60000 \text{ W}$$

$$\text{o bien: } P_T = 3 U_F I_F \cos \varphi = 3 \times 200 \times (100\sqrt{2}) \times (\sqrt{2}/2) = 60000 \text{ W}$$

- Potencia consumida por las cargas en Estrella (Receptor trifásico 2):

$$P_E = 2 (I_E)^2 R = 2 \times (100)^2 \times 1 = 20000 \text{ W}$$

$$\text{o bien: } P_E = U I_E \cos \phi = 220 \times 100 \times 1 = 20000 \text{ W}$$

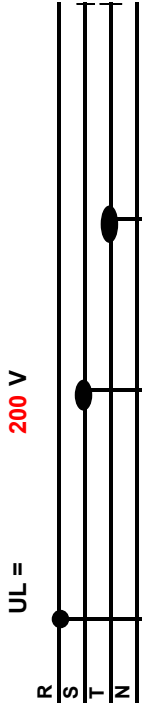
$$\text{y, por tanto: } P_T + P_E = 60000 + 20000 = 80000 \text{ W.}$$

Ejercicio 4: 3/6/2010

ZT = 1,4142

Z = 2,0000

Solución:



$P = 60000 \text{ W}$   
 $f_{dp} = 0,70710678$   
 $U_L = 200 \text{ V}$

$\varphi = 0,785398 \text{ rad}$   
 $\varphi = 45^\circ$   
 $S = 84852,8137 \text{ VA}$   
 $I_L = 244,949 \text{ A}$

Carga en: Estrella Carga en: Triángulo  
 $U_F = 115,470054 \text{ V}$   $U_F = 200 \text{ V}$   
 $I_F = 244,948974 \text{ A}$   $I_F = 141,4214 \text{ A}$   
 $R = 0,33333333 \Omega$   $R = 1 \Omega$   
 $X = 0,33333333 \Omega$   $X = 1 \Omega$   
 $Z = 0,47140452 \Omega$   $Z = 1,414214 \Omega$

$I_1 = 244,9490$    $^\circ = 173,21 + 173,21 \text{ j}$   
 $I_2 = 244,9490$    $^\circ = 63,40 + -236,60 \text{ j}$   
 $I_3 = 244,9490$    $^\circ = -236,60 + 63,40 \text{ j}$

$Z_E = 0,4714$    $^\circ = 0,333333 + 0,33333333 \text{ j}$   
 $Z_T = 1,4142$    $^\circ = 1 + 1 \text{ j}$   
 $S = 84852,8137$    $^\circ = 60000 + 60000 \text{ j}$

$W_1 = 200,00 \times 244,95 \times 0,97 = 47320,51 \text{ W}$   
 $W_2 = 200,00 \times 244,95 \times 0,26 = 12679,49 \text{ W}$

$W_1 + W_2 = 60000,00 \text{ W}$

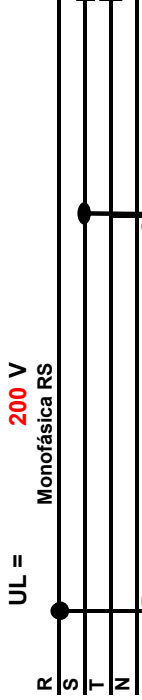
Aplicando el primer lema a cada fase obtenemos las intensidades totales:

$I_{T1} = 287,540418$    $^\circ = 123,21 + 259,81 \text{ j}$

$I_{T2} = 342,520814$    $^\circ = 113,40 + -323,21 \text{ j}$

$I_{T3} = 244,948974$    $^\circ = -236,60 + 63,40 \text{ j}$

Sistema Desequilibrado



$P = 20000 \text{ W}$   
 $f_{dp} = 1$   
 $U_L = 200 \text{ V}$

$\varphi = 0 \text{ rad}$   
 $\varphi = 0^\circ$   
 $S = 20000,00 \text{ VA}$   
 $Z = 2,000 \Omega$

$I_F = 100 \text{ A}$   $R = 2,000 \Omega$   $X = 0 \Omega$   
 $U_{RS} = 200,00$    $^\circ = -100,00 + 173,21 \text{ j}$   
 $U_{RS} = 100,00$    $^\circ = -50,00 + 86,60 \text{ j}$

$I_1 = 100,00$    $^\circ = -50,00 + 86,60 \text{ j}$   
 $I_2 = 100,00$    $^\circ = 50,00 + -86,60 \text{ j}$   
 $I_3 = 0,00$    $^\circ = 0,00 + 0,00 \text{ j}$

$Z_{RS} = 2,00$    $^\circ = 2,00 + 0,00 \text{ j}$   
 $S_{RS} = 20000,00$    $^\circ = 20000,00 + 0,00 \text{ j}$

$W_1 = 200,00 \times 100,00 \times 0,50 = 10000,00 \text{ W}$   
 $W_2 = 200,00 \times 100,00 \times 0,50 = 10000,00 \text{ W}$

$W_1 + W_2 = 20000,00 \text{ W}$

$W_1 = 200,00 \times 287,54 \times 0,997 = 57320,51 \text{ W}$

$W_2 = 200,00 \times 342,52 \times 0,331 = 22679,49 \text{ W}$

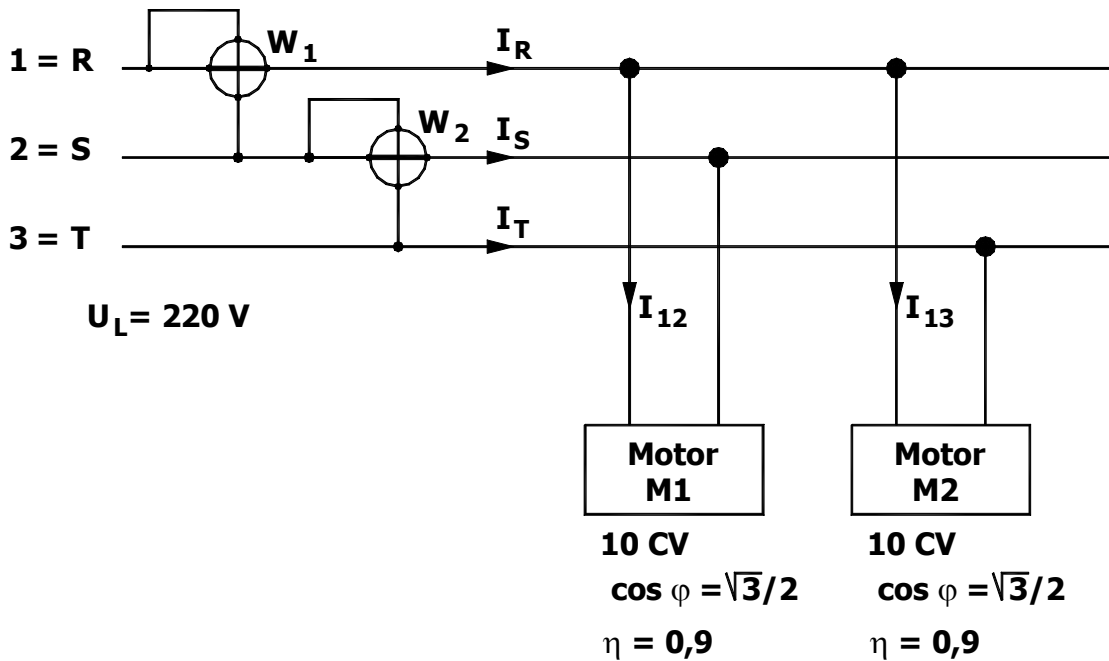
$W_1 + W_2 = 80000,00 \text{ W}$

$P_1 + P_2 = 0,33 \text{ W}$

**Ejercicio:** En la línea III de la figura siguiente se conectan dos motores monofásicos idénticos, de potencia en el eje 10 CV, rendimiento:  $\eta = 0,9$  y  $\cos \varphi = \sqrt{3}/2$  ( $U_L = 220$  V).

1º) Se desea conocer las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$ .

2º) ¿Coincidirá la suma de dichas lecturas con la potencia total absorbida por los dos motores?. En caso negativo modificar las conexiones del vatímetro  $W_1$  para que la suma de las nuevas lecturas exprese la potencia total absorbida.



### Solución:

1) La potencia mecánica proporcionada por cada motor será:  $P_{m1} = P_{m2} = 10 \times 736 = 7360$  W

Dicha potencia mecánica supone que se deberá absorber de la red una potencia eléctrica (por cada motor):

$$P_{e1} = P_{e2} = 7360 / 0,9 = 8177,77 \text{ W}$$

Para los dos motores:  $P_e = 2 P_{e1} = 16355,55$  W

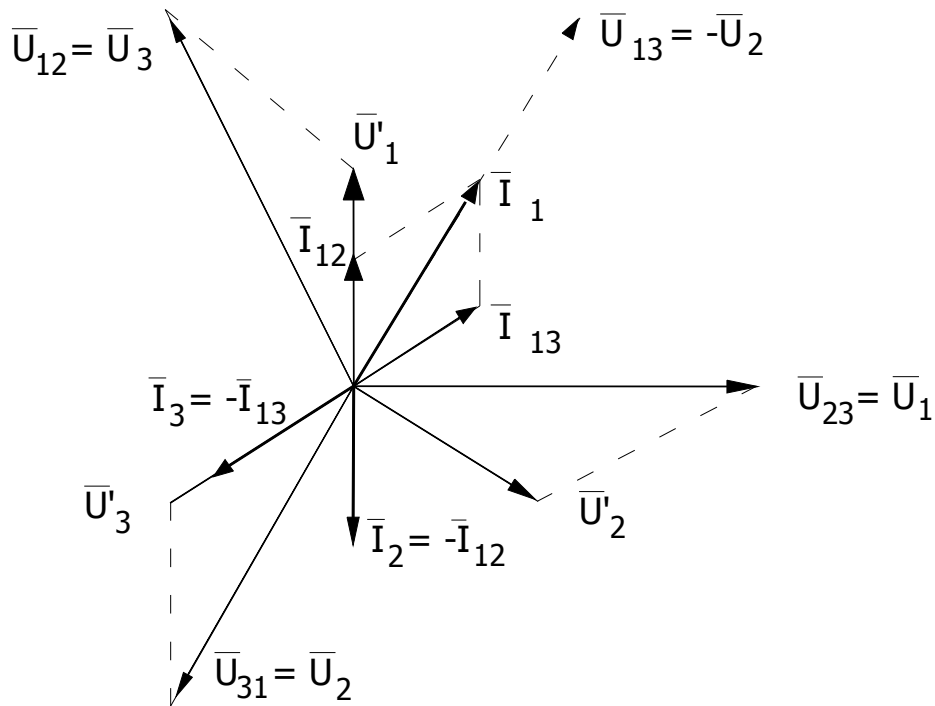
La intensidad de la corriente absorbida por cada motor será:  $I_M = \frac{8177,77}{220\sqrt{3}/2} = 42,92$  A

La intensidad absorbida por el motor 1,  $\bar{I}_{12}$ , tiene un desfase de  $30^\circ$  con respecto a la tensión de línea  $\bar{U}_{12} = \bar{U}_3$ , y la intensidad absorbida por el motor 2,  $\bar{I}_{13}$ , de  $30^\circ$  con respecto de  $\bar{U}_{13} = -\bar{U}_2$ ; por lo que las intensidades en la línea trifásica serán:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{12} + \bar{I}_{13} = 43 \angle 90^\circ + 43 \angle 30^\circ = 74,34 \angle 60^\circ$$

$$\bar{I}_2 = -\bar{I}_{12} = 43 \angle 90^\circ - 180^\circ = 43 \angle -90^\circ$$

$$\bar{I}_3 = -\bar{I}_{13} = 43 \angle 30^\circ - 180^\circ = 43 \angle -150^\circ$$



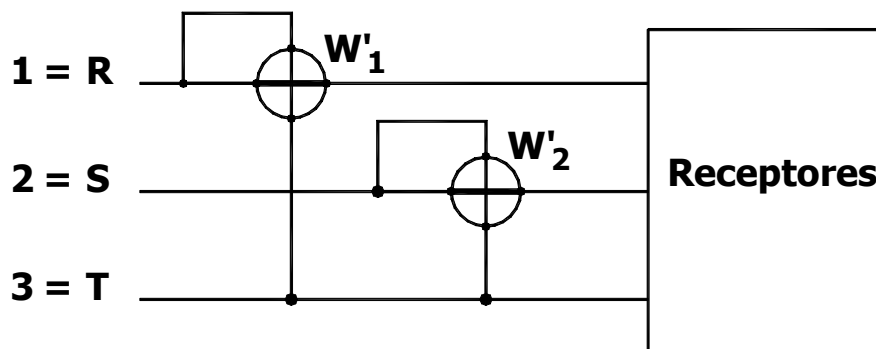
Con todo ello, las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$  resultarán:

$$W_1 = U_{12} I_1 \cos(\bar{U}_{12}, \bar{I}_1) = 220 \times 74,34 \times \cos(60^\circ) = 8177,778 \text{ W}$$

$$W_2 = U_{23} I_2 \cos(\bar{U}_{23}, \bar{I}_2) = 220 \times 43 \times \cos(90^\circ) = 0 \text{ W}$$

2) Si sumamos las lecturas de los vatímetros:  $W_1 + W_2 = 8177,778 \text{ W} \neq 16355,55 \text{ W}$

Si se disponen los dos vatímetros en conexión ARON como la indicada en la figura siguiente se tendrá:



$$W'_1 = U_{13} I_1 \cos(\bar{U}_{13}, \bar{I}_1) = 220 \times 74,34 \times \cos(0^\circ) = 16355,55 \text{ W}$$

$$W'_2 = U_{23} I_2 \cos(\bar{U}_{23}, \bar{I}_2) = 220 \times 43 \times \cos(90^\circ) = 0 \text{ W}$$

Ahora  $W'_1 + W'_2 = 16355,5 \text{ W}$  que es el valor de la potencia eléctrica absorbida por los dos motores.

