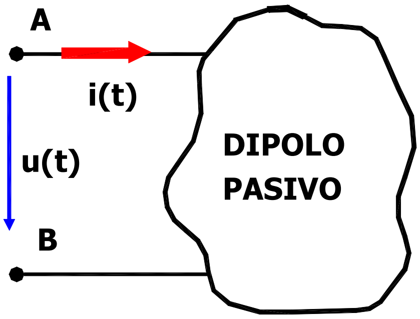
Ejercicio 6.1

Dada la excitación y respuesta de un circuito pasivo, determinar la impedancia compleja equivalente al circuito y las características (R, L o C) de esta.

$$u_{AB}(t) = 400\ \mathrm{Sen}(1000\,t + 45^{o})\ ; \qquad i_{AB}(t) = 40\ \mathrm{Sen}(1000\,t + 0^{o})$$

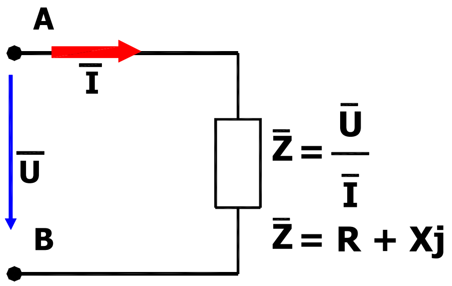
Solución:



Si trabajamos con valores eficaces, los fasores correspondientes a esta tensión e intensidad serán:

$$\bar{U} = \frac{400}{\sqrt{2}}\underline{|\ 45^{o}} \quad \text{e} \quad \bar{I} = \frac{40}{\sqrt{2}}\underline{|\ 0^{o}}$$

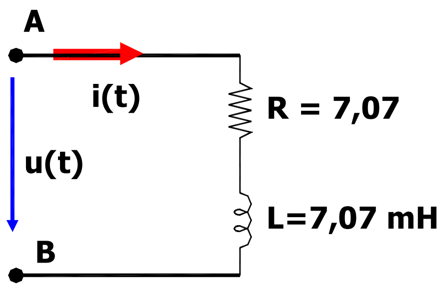
por tanto:



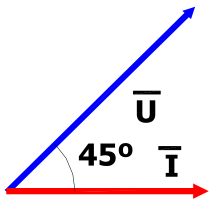
$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} = \frac{\frac{400}{\sqrt{2}}\underline{|\ 45^{o}}}{\frac{40}{\sqrt{2}}\underline{|\ 0^{o}}} = 10\underline{|\ 45^{o}} = 7{,}07 + 7{,}07\,j$$

sabiendo que la impedancia compleja del circuito es:

$$\bar{Z} = Z\underline{|\ \varphi} = R + Xj = R + (\omega L - \frac{1}{\omega C})j$$



siendo **R** la resistencia equivalente y **X** la reactancia del circuito, podemos observar que la parte imaginaria de la impedancia compleja es positiva , esta corresponde a una reactancia inductiva, por lo que el circuito en cuestión es equivalente a una resistencia en serie con una bobina y los parámetros característicos de estos elementos serán:



R = 7,07 Ω

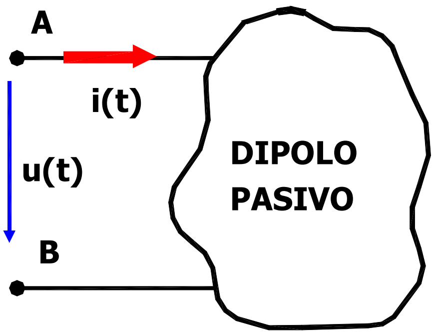
$X = X_L = \omega L$ –> **L = 7,07/1000 = 7,07 mH**

Ejercicio 6.2

Dada la excitación y respuesta de un circuito pasivo, determinar la impedancia compleja equivalente al circuito y las características (R, L o C) de esta.

$$u_{AB}(t) = 213{,}13 \text{ Sen}(1000\, t + 25^{o}) \;;\; i_{AB}(t) = 42{,}43 \text{ Sen}(1000\, t + 78{,}14^{o})$$

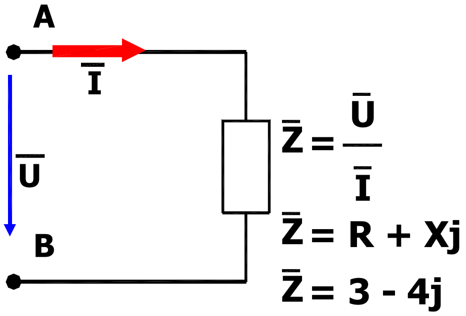
Solución:



Si trabajamos con valores eficaces, los fasores correspondientes a esta tensión e intensidad serán:

$$\bar{U} = \frac{212{,}13}{\sqrt{2}} \underline{|\ 45^{o}} = 150 \underline{|\ 30^{o}}$$

$$\bar{I} = \frac{42{,}43}{\sqrt{2}} \underline{|\ 78{,}14^{o}} = 30 \underline{|\ 78{,}14^{o}}$$

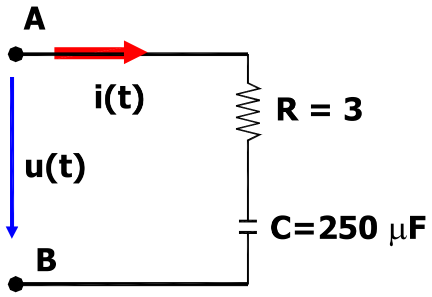


por tanto:

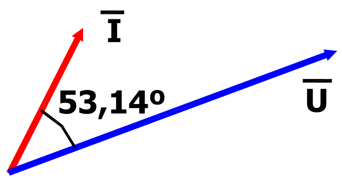
$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} = \frac{150 \underline{|\ 25^{o}}}{30 \underline{|\ 78{,}14^{o}}} = 5 \underline{|\ -53{,}14^{o}} = 3 - 4\,j$$

sabiendo que la impedancia compleja del circuito es

$$\bar{Z} = Z \underline{|\ \varphi} = R + Xj = R + (L\omega - \frac{1}{\omega C})j \;,$$



siendo **R** la resistencia equivalente y **X** la reactancia del circuito, podemos observar que la parte imaginaria de la impedancia compleja es negativa, esta corresponde a una reactancia capacitiva, por lo que el circuito en cuestión es equivalente a una resistencia en serie con un condensador y los parámetros característicos de estos elementos serán:



$$\mathbf{R = 3\ \Omega}$$

$$X = X_C = 1 / (\omega\, C) \;\rightarrow\; \mathbf{C = 1/4000 = 250\ \mu F}$$

Ejercicio 6.3

Dada la excitación y respuesta de un circuito pasivo, determinar la impedancia compleja equivalente al circuito y las características (R, L o C) de esta.

$$u_{AB}(t) = 325{,}269\ \text{Sen}(100\ t\ + 0^\circ)\ \ ;\quad i_{AB}(t)\ = 65{,}064\ \text{Cos}(100\ t + 0^\circ)$$

Solución:

Se puede observar que la onda de i(t) esta expresada en diferente ciclo base que la onda de tensión, por lo que para poder compararlas y obtener el desfase entre ambas es necesario expresarla en el mismo ciclo base, podemos escoger la onda seno o la coseno, daría igual, escojemos la onda seno.

$$u(t) = 325{,}269\ \text{Sen}(100\ t\ + 0^\circ) \quad \rightarrow\ \bar{U} = \frac{325{,}269}{\sqrt{2}}\underline{|\ 0^\circ} = 230\underline{|\ 0^\circ}$$

$$i(t)\ = 65{,}064\ \text{Cos}(100\ t + 0^\circ) = 65{,}064\ \text{Sen}(100\ t + 90^\circ)\ \rightarrow\ \bar{I} = \frac{65{,}064}{\sqrt{2}}\underline{|\ 90^\circ} = 46\underline{|\ 90^\circ}$$

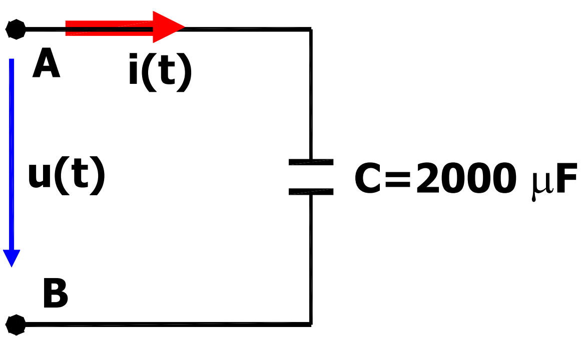
por tanto, el circuito tiene por impedancia compleja:

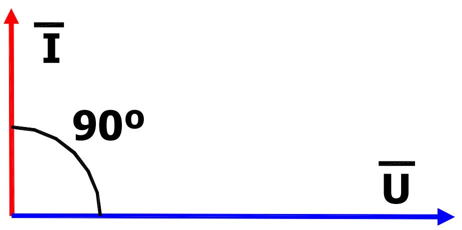
$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} = \frac{230\underline{|\ 0^\circ}}{46\underline{|\ 90^\circ}} = 5\underline{|\ -90^\circ} = 0 - 5\ j$$

Como la intensidad adelanta exactamente 90º podremos decir que el circuito equivalente entre A y B es capacitivo puro de impedancia compleja igual a -5j, por lo que dipolo equivalente entre A y B será un condensador de capacidad:

$$\bar{Z} = Z\underline{|\ \varphi} = R + Xj = R + (L\omega - \frac{1}{\omega C})j = -\frac{1}{\omega C}j \quad \rightarrow\ 5 = \frac{1}{100\ C} \ \rightarrow$$

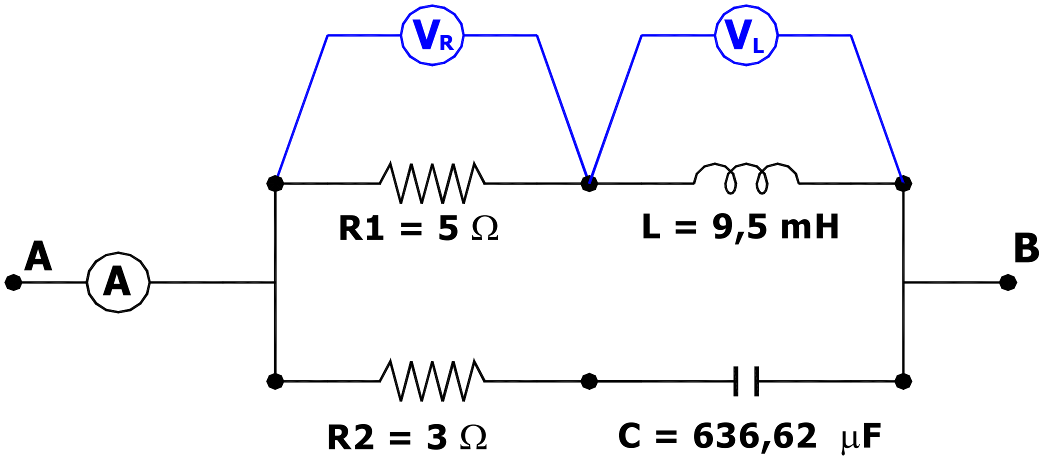
$C = 2000\ \mu F$





Ejercicio 6.4

En una rama de un circuito, excitado con fuentes alternas a 50 Hz, se conoce los parámetros de los elementos de la ramas y la lectura del voltímetro ,$V_R = 343$ V , determinar la lectura del amperímetro y del voltímetro V_L (ver figura).



Solución: Tomando como fase de referencia la de la caída de tensión en bornes de R_1 es posible calcular la intensidad que circula por esa rama 1.

$$\overline{U}_{R1} = 343 \angle 0 \;\; -> \;\; \overline{I}_1 = \frac{\overline{U}_{R1}}{\overline{Z}_{R1}} = \frac{343 \angle 0}{5 \angle 0} = 68{,}6 \angle 0 = 58{,}824 - 35{,}294\,j$$

Por tanto la tensión en bornes de la bobina será:

$$\overline{Z}_L = L\omega \angle 90 = 100\pi \times 0{,}0095 \angle 90 = 3 \angle 90$$

$$\overline{U}_L = \overline{I}_1\,\overline{Z}_L = 68{,}6 \angle 0 \times 5 \angle 90 = 205{,}8 \angle 90$$

y la tensión entre A y B valdrá: $\overline{U}_{AB} = \overline{U}_{R1} + \overline{U}_L = 343 \angle 0 + 205{,}8 \angle 90 = 400 \angle 30{,}96$

con lo cual ya se podrá calcular la intensidad en la rama 2.

$$\overline{I}_2 = \overline{U}_{AB}/\overline{Z}_2 = \frac{400 \angle -30{,}96}{3 - \dfrac{1}{100\,\pi\, 636{,}62\times 10^{6}}\,j} = 68{,}6 \angle 90$$

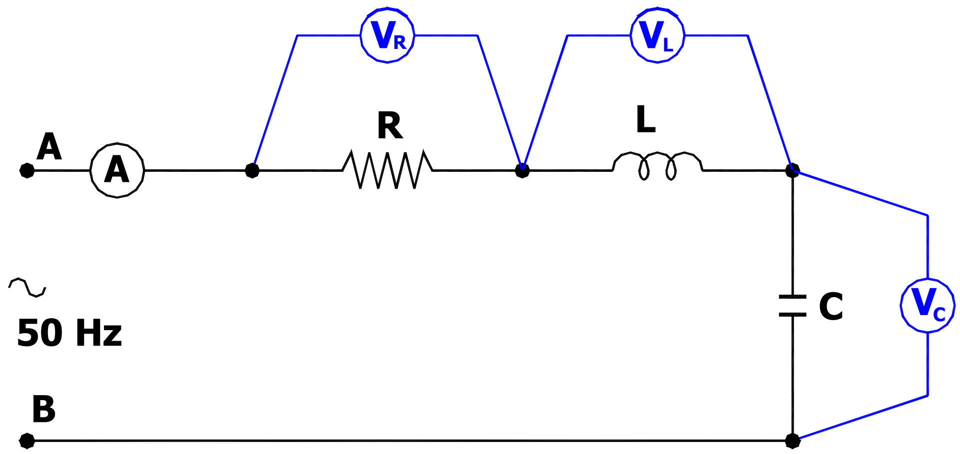
Aplicando el primer lema al nudo A:

$$\overline{I}_{AB} = \overline{I}_1 + \overline{I}_2 = 68{,}6 \angle 0 + 68{,}6 \angle 90 = \sqrt{2}\, 68{,}6 \angle 45 = 97 \angle 45$$

Las lecturas de los aparatos serán: A = 97 A; $V_L = 205{,}8$ V

Ejercicio 6.5

Si las lecturas de los aparatos de medida son: A = 20 A, $V_R = 30$ V, $V_L = 60$ V, y la capacidad del condensador es de 0,637 mF; ¿Que tensión hay entre A y B?



Solución:

Tomando como origen de fases el fasor de la intesidad que circula de A a B, $\overline{I}_{AB} = 20 \angle 0$, el fasor de la tensión en bornes de la resistencia será:

$$\overline{U}_R = 40 \angle 0 = 40 + 0j$$

y consecuentemente el fasor correspondiente a la tensión en bornes de la bobina valdrá:

$$\overline{U}_L = 30 \angle 90 = 0 + 30j$$

Sabiendo que la impedancia del condensador vale: $\overline{Z}_C = -1/(C\omega)j = 5 \angle -90$, podremos determinar fácilmente el fasor de la tensión en bornes del condensador:

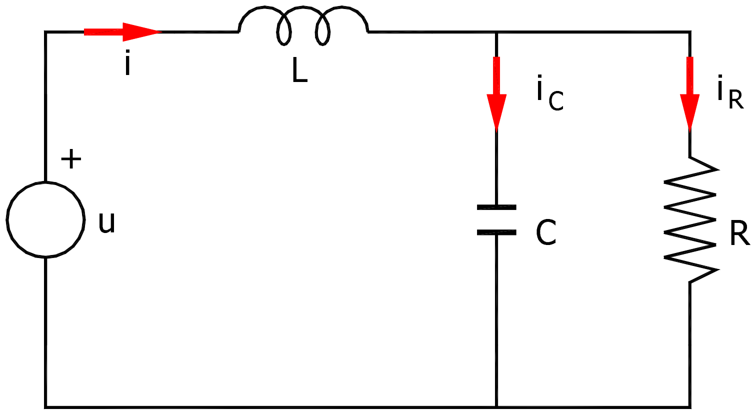
$$U_C = Z_C\, I = 100 \text{ V} \qquad \text{por lo que:} \qquad \overline{U}_C = 100 \angle -90 = 0 - 100j$$

Aplicando el 2º Lema entre A y B:

$$\overline{U}_{AB} = \overline{U}_R + \overline{U}_L + \overline{U}_C = 30 - 40j = 50 \angle 306{,}87$$

Por lo que $U_{AB} = 50$ V

Ejercicio 6.6



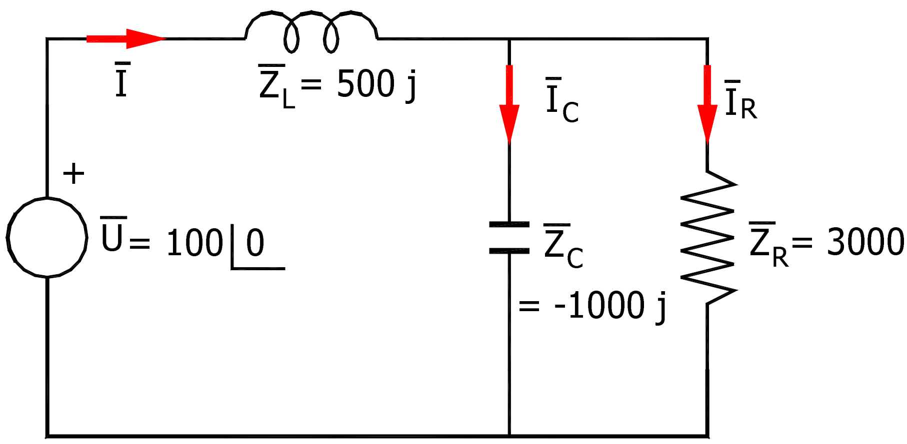
Determinar i, i_C e i_R correspondiente al circuito de la figura, sabiendo que:

u = 100 cos (2000 t)
L = 0,25 H
C = 0,5 μF
R = 3000 Ω

Solución:

Primer paso: Determinanos las impedancias complejas de los diferentes elementos del circuito y el fasor representativo de la fuente de tensión alterna senoidal (vamos a trabajar en este ejercicio con valores máximos):

$$\bar{Z}_R = 3000\ \Omega$$
$$\bar{Z}_L = \omega\, L\, j = 500j$$
$$\bar{Z}_C = -\frac{1}{\omega C} j = \frac{1}{2000 \times 0{,}5 \times 10^{-6}} = -1000\, j$$
$$\bar{U} = 100 \underline{|\,0}$$



Segundo paso: resolver el circuito mediante el método simbólico.

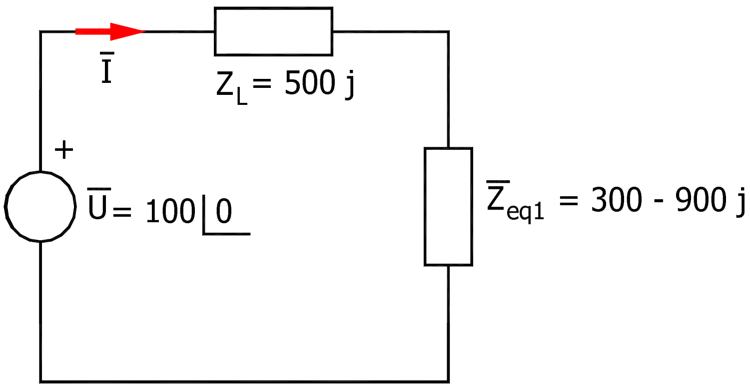
Simplificando el circuito:

Las impedancias correspondientes al condensador y a la resistencia están en paralelo por lo que podremos calcular su impedancia equivalente:

$$\frac{1}{\overline{Z}_{eq_1}} = \frac{1}{\overline{Z}_C} + \frac{1}{\overline{Z}_R} = \frac{1}{1000\ \underline{|-90}} + \frac{1}{3000\ \underline{|0}}$$

de donde:

$$\overline{Z}_{eq1} = \frac{3000(-1000j)}{3000-1000j} = \frac{-3000j}{3+j} = 300-900j$$



esta queda en serie con la de la bobina:

$$\overline{Z}_{eq_2} = \overline{Z}_{eq_1} + \overline{Z}_L = 300 - 900j + 500j = 300 - 400j$$

directamente:

$$\overline{I} = \frac{\overline{U}}{\overline{Z}_{eq2}} = \frac{100 + 0j}{300 - 400j} = \frac{1}{3 - 4j} = 0{,}2\ \underline{|53{,}1}$$

y volviendo al esquema original, podemos calcular las intensidades que nos faltan aplicando división de intensidad:

$$\overline{I}_R = \frac{\overline{Z}_C}{\overline{Z}_R + \overline{Z}_C}\overline{I} = \frac{-1000j}{3000-1000j} \times 0{,}2\underline{|53{,}1} = 0{,}0632\ \underline{|-18{,}5}$$

$$\overline{I}_c = \frac{\overline{Z}_R}{\overline{Z}_R + \overline{Z}_c}\overline{I} = \frac{3000}{3000-1000j} \times 0{,}2\underline{|53{,}1} = 0{,}190\ \underline{|71{,}5}$$

Tercer paso: a partir de los fasores correspondientes se deducen las funciones temporales.

Las ondas de intensidad pedidas valdrán:

$i = 0{,}2 \cos(2000t + 53{,}1º)$
$i_R = 0{,}0632 \cos(2000t - 18{,}5º)$
$i_C = 0{,}19 \cos(2000t + 71{,}5º)$

Nota:
- La fase inicial se ha dejado en grados mientras que la pulsación esta en rad/s
- Al trabajar con valores máximos no hace falta multiplicar por $\sqrt{2}$.
- El segundo paso se ha podido resolver por cualquier otro método de análisis, por ejemplo aplicando las leyes de kirchhoff.

Ecuaciones de nudos: $\overline{I} = \overline{I}_C + \overline{I}_R$ (1 ecuación)

Ecuaciones de mallas: $\overline{I}_C \overline{Z}_C - \overline{U} + \overline{I}_L \overline{Z}_L = 0$ (M. Izquierda)

$\overline{I}_R \overline{Z}_R - \overline{I}_C \overline{Z}_C = 0$ (M. Derecha)

Sustituyendo valores:

$$\overline{I} = \overline{I}_C + \overline{I}_R$$

$$\overline{I}_C \times 1000\underline{|-90} - 100\ \underline{|0} + \overline{I}_L \times 500\underline{|90} = 0$$

$$\overline{I}_R \times 3000 - \overline{I}_C \times 1000\underline{|-90} = 0$$

Se tendrá tres ecuaciones con tres incógnitas. Resolviendolas:

$$\overline{I} = 0{,}2\ \underline{|53{,}1}$$

$$\overline{I}_R = 0{,}0632\ \underline{|-18{,}5}$$

$$\overline{I}_C = 0{,}190\ \underline{|71{,}5}$$